Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра оптоинформатики

535(07)
О-627

А.А. Шульгинов, Д.Г. Кожевников, А.Я. Лейви, Е.Л. Шахин

ОПТИКА, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Учебное пособие по решению задач для студентов
технических специальностей

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2022

УДК 535(075.8) + 539.1(075.8)
О-627

Одобрено
учебно-методической комиссией
Института естественных и точных наук

Рецензенты:
д.ф.-м.н. А.Е. Майер, к.т.н. М.Г. Иванов

Шульгинов, А.А.
О-627 Оптика, атомная и ядерная физика: учебное пособие по решению задач для студентов технических специальностей / А.А. Шульгинов, Д.Г. Кожевников, А.Я. Лейви, Е.Л. Шахин; – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2022. – 40 с.

Пособие предназначено для студентов технических специальностей ЮУрГУ направлений подготовки: 08.00.00, 13.00.00, 15.00.00, 17.00.00, 19.00.00, 20.00.00, 21.00.00, 23.00.00, 24.00.00. Оно содержит план 8 практических занятий. Для каждого практического занятия имеется список основных понятий, которые студент должен усвоить перед выполнением задания и список вопросов по данной теме, а также примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения.

УДК 535(075.8) + 539.1(075.8)

СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ О РЕШЕНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ 4

ТЕМА № 1. Интерференция света 5

ТЕМА № 2. Дифракция света 12

ТЕМА № 3. Поляризация света 18

ТЕМА № 4. Законы теплового излучения 21

ТЕМА № 5. Квантовые свойства света 24

ТЕМА № 6. Специальная теория относительности 29

ТЕМА № 7. Основы квантовой механики 32

ТЕМА № 8. Основы ядерной физики 37

ЗНАЧЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН 40

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 40

ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ О РЕШЕНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

1. Практика показывает, что студент терпит неудачу в решении задач по физике чаще всего из-за неглубоких, формальных знаний теории. Поэтому, прежде чем приступить к решению, тщательно проработайте соответствующий теоретический материал [1–4].

2. Внимательно прочитайте условие задачи. Если позволяет характер задачи, обязательно сделайте схематический рисунок, поясняющий ее сущность. На рисунке необходимо показать все векторные величины, используемые в задаче. Это во многих случаях резко облегчает как поиск решения, так и само решение.

3. Задачи следует решать в общем виде. Для этого нужно обозначить все величины соответствующими буквами, и с помощью физических законов установить математическую связь между исходными данными и искомой величиной. При этом все математические преобразования необходимо сопровождать подробным объяснением. В результате получается одно или несколько уравнений, и физическая задача сводится к математической.

4. Получив для искомой величины решение в общем виде, нужно проверить её наименование в системе СИ. Неверное наименование есть явный признак ошибочности решения.

5. Убедившись, что общее решение верно, в него подставляют числовые значения величин в СИ. Если исходные или конечные величины значительно больше или значительно меньше единицы, то числа пишут в стандартном виде (например, вместо 0,00000056 м писать $5{,}6\cdot10^{-7}$ м или 560 нм, вместо 511000 эВ – число $5{,}11\cdot10^{5}$ эВ или 0,511 МэВ).

6. Так как числовые значения физических величин всегда бывают приближенными, то при расчетах необходимо округлять результат. В частности, в полученном значении вычисленной величины нужно сохранить последним тот знак, единица которого превышает погрешность этой величины. Все остальные значащие цифры надо отбросить. Обычно при решении физических задач в окончательном ответе, считается достаточным оставлять три значащие цифры и обязательно указать единицы измерения результирующей величины.

7. Получив числовой ответ, нужно оценить его правдоподобность. Такая оценка может в ряде случаев обнаружить ошибочность полученного результата.

ТЕМА № 1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

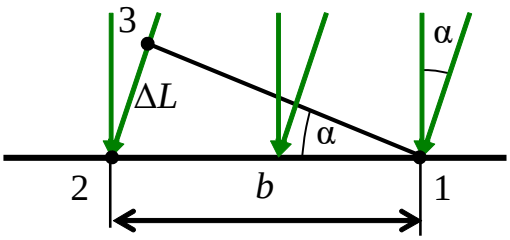
Основные понятия: интерференция, точечный источник света, плоская световая волна, разность фаз, оптический ход луча, световой вектор, интенсивность.

Контрольные вопросы

1. Какие волны называются когерентными?
2. Что такое длина и время когерентности?
3. Чем оптическая длина пути отличается от геометрической?
4. Почему протяженные источники света не дают чёткой интерференционной картины?
5. Почему не наблюдается интерференция света от двух настольных ламп? Почему она не будет наблюдаться, даже если излучения сделать монохроматическими?
6. Почему при наблюдении интерференции на мыльных пленках их цвета все время меняются?
7. Будут ли наблюдаться кольца Ньютона, если плоскую пластинку заменить на выпуклую/вогнутую? Если да, то как изменится диаметр колец Ньютона при прочих равных условиях?
8. Куда исчезает энергия волн, которая не попадает на тёмные участки интерференционной картины?

Примеры решения задач

Задача 1. Две когерентные световые волны (λ = 500 нм) встречаются под углом 1°. Определить расстояние b между интерференционными полосами на экране, расположенном в месте встречи волновых фронтов перпендикулярно распространению волны 2.



Решение. Допустим, на экран падают две волны. В точку 1 они пришли в одной фазе, то есть в точке 1 наблюдается светлая интерференционная полоса. Тогда соседняя с ней светлая интерференционная полоса должна наблюдаться в точке 2, где разность хода вертикального и наклонного лучей будет равна одной длине волны:

$$\Delta L = \lambda . \qquad (1.1)$$

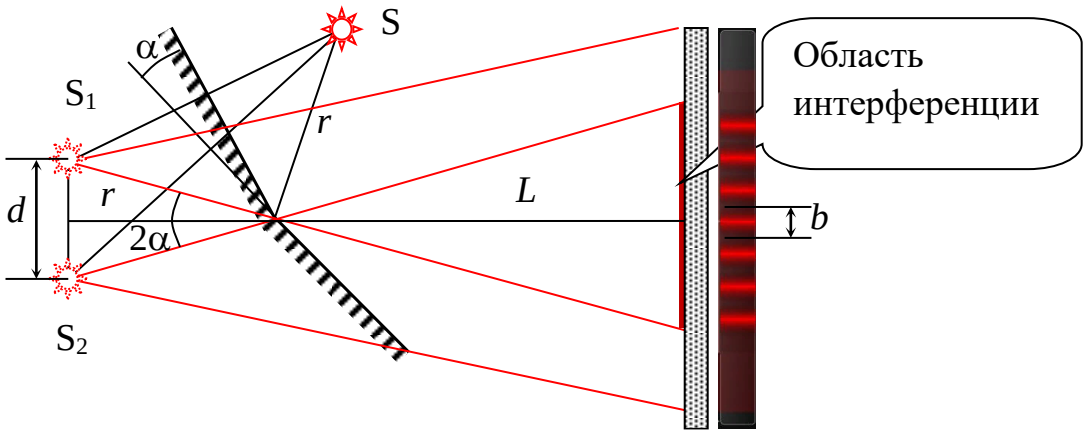
Из прямоугольного треугольника 1-2-3 найдём гипотенузу b:

$$b = \frac{\Delta L}{\sin\alpha} = \frac{\lambda}{\sin\alpha} . \qquad (1.2)$$

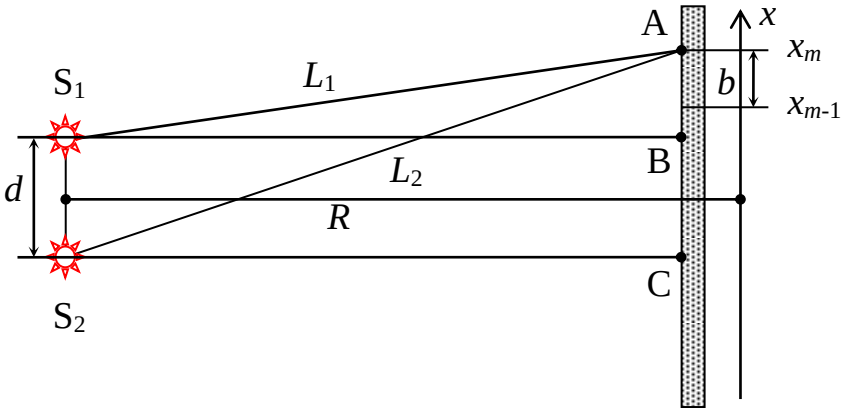
$$b = \frac{\lambda}{\sin\alpha} = \frac{500\cdot 10^{-9}}{\sin 1°} = \frac{5\cdot 10^{-7}}{0,017} = 2,8\cdot 10^{-5}\,\text{м} = 28\,\text{мкм} . \qquad (1.3)$$

Ответ: расстояние между интерференционными полосами на экране равно 28 мкм.

Задача 2. Для наблюдения явления интерференции когерентных волн, французский физик Огюстен Жан Френель использовал 2 плоских зеркала, образующих небольшой угол $\alpha = 1'$ между собой, и источник монохроматического излучения S, расположенный на расстоянии r = 10 см. На экране, находящемся на расстоянии L = 130 см от зеркал, наблюдалась интерференционная картина. Ширина интерференционной полосы на экране равна b = 1,1 см. Какова длина волны λ источника излучения?



Решение. Зеркала создают 2 мнимых источника когерентного монохроматического излучения, удалённых на расстояние $d \approx r \cdot 2\alpha$ друг от друга. Лучи, идущие от них, попадают на экран, расположенный на расстоянии $R = r + L$ от мнимых источников. В области пересечения отражённых лучей образуется картина интерференции. Чтобы связать длину волны с геометрическими параметрами установки, определим координаты минимумов интенсивности света на экране x_m. Условие минимума интенсивности при интерференции когерентных лучей:



$$\Delta L = m\lambda + \frac{\lambda}{2}. \qquad (2.1)$$

Найдём L_1 и L_2 из треугольников S_1AB и S_2AC соответственно:

$$L_1^2 = R^2 + \left(x_m - \frac{d}{2}\right)^2, \qquad L_2^2 = R^2 + \left(x_m + \frac{d}{2}\right)^2. \tag{2.2}$$

Возьмём разность выражений (2.2):

$$L_2^2 - L_1^2 = \left(x_m + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(x_m - \frac{d}{2}\right)^2,$$

$$\left(L_2 - L_1\right)\left(L_2 + L_1\right) = \left(\left(x_m + \frac{d}{2}\right) - \left(x_m - \frac{d}{2}\right)\right)\left(\left(x_m + \frac{d}{2}\right) + \left(x_m - \frac{d}{2}\right)\right). \tag{2.3}$$

Учтём, что $\Delta L = L_2 - L_1$ и $L_2 \approx L_1 \approx R$, получим:

$$\Delta L \cdot 2R = d \cdot 2x_m, \qquad \Delta L = \frac{x_m d}{R}. \tag{2.4}$$

Из (2.1) и (2.4) получим:

$$m\lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{x_m d}{R}. \tag{2.5}$$

Аналогичное выражение получим для (m–1)-го минимума:

$$\left(m-1\right)\lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{x_{m-1} d}{R}. \tag{2.6}$$

Вычитая из (2.5) (2.6), получим:

$$\lambda = \frac{bd}{R}. \tag{2.7}$$

Здесь учтено, что $b = x_m - x_{m-1}$.

Проведём расчёты: $R = r + L = 10 + 130 = 140 \text{ см} = 1{,}4 \text{ м}$,

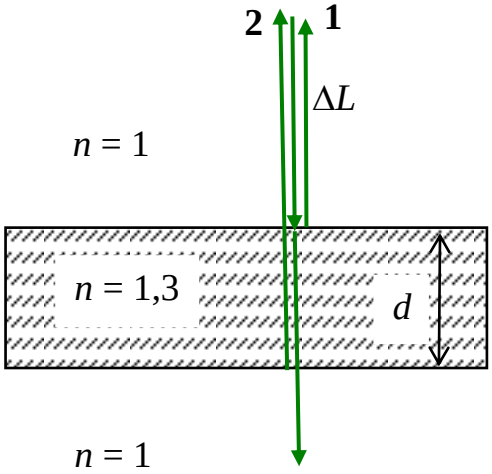
$$d \approx r \cdot 2\alpha = 10 \text{ см} \cdot \frac{2 \text{ угл. мин}}{60 \text{ угл.мин/град} \cdot 57{,}3 \text{ град/рад}} =$$

$$= 5{,}82 \cdot 10^{-3} \text{ см} = 5{,}82 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$\lambda = \frac{bd}{R} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-2} \cdot 5{,}82 \cdot 10^{-5}}{1{,}4} = 4{,}57 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0{,}457 \text{ мкм}.$$

Ответ: $\lambda = 0{,}457$ мкм.

Задача 3. На мыльную плёнку (n = 1,3), находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого цвета. При какой наименьшей толщине d плёнки отражённый свет с длиной волны λ = 0,55 мкм окажется максимально усиленным в результате интерференции?



Решение. При падении света на тонкую пленку часть света отражается от верхней поверхности пленки, а часть проходит дальше и отражается от нижней поверхности. Если оптическая разность хода между отражёнными лучами ΔL будет кратна целому числу длин волн λ, то они будут усиливать друг друга. Луч **1** отражается от оптически более плотной среды, поэтому испытывает потерю оптического хода на полволны. Луч **2** проходит путь, равный удвоенной толщине пленки в среде с показателем преломления n и отражается от оптически менее плотной среды. Потери оптического хода волны в этом случае не происходит. Значит, оптическая разность хода двух лучей равна:

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 2dn - \left(-\lambda/2\right). \qquad (3.1)$$

С другой стороны, оптическая разность хода лучей **1** и **2** должна удовлетворять условию максимума:

$$\Delta L = k\lambda. \quad (k = 1, 2, 3, \ldots) \qquad (3.2)$$

Приравнивая (3.1) и (3.2), получаем:

$$2dn + \frac{\lambda}{2} = k\lambda. \qquad (3.3)$$

Отсюда:

$$d = \frac{k\lambda - \lambda/2}{2n}. \qquad (3.4)$$

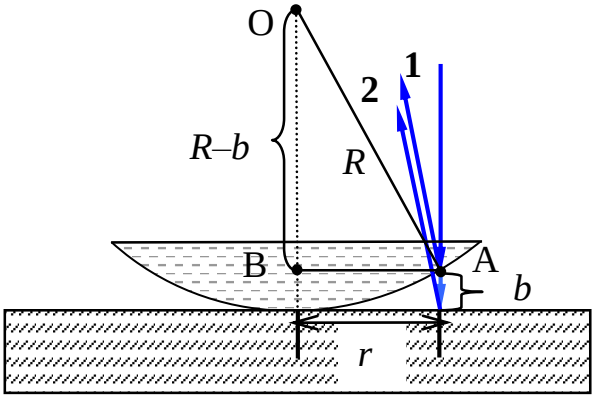
Толщина плёнки будет минимальной при k = 1:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}. \qquad (3.5)$$

$$d_{\min} = \frac{0{,}55 \cdot 10^{-6}\,\text{м}}{4 \cdot 1{,}3} = 0{,}106 \cdot 10^{-6}\,\text{м} = 0{,}106\ \text{мкм}. \qquad (3.6)$$

Ответ: $d_{\min}$ = 0,106 мкм.

Задача 4. Диаметр d_3 третьего светлого кольца Ньютона равен 4,8 мм. Кольца наблюдались в отражённом свете (λ = 0,5 мкм). Найти радиус R кривизны плосковыпуклой линзы, взятой для опыта.



Решение. Рассмотрим луч, падающий на линзу там, где наблюдается третье светлое кольцо. Луч **1** отражается от сферической поверхности линзы. Потери оптического хода луча **1** при отражении не происходит, т.к. он отражается от оптически менее плотной среды. Луч **2** отражается от стеклянной пластины. При этом происходит уменьшение оптического хода луча **2** на $\lambda/2$, т.к. он отражается от оптически более плотной среды. Учтём также, что этот луч дважды проходит воздушный зазор толщиной b. Тогда, оптическая разность хода между отражёнными лучами составит:

$$\Delta L = L_2 - L_1 = \left(2b - \frac{\lambda}{2}\right) - 0. \qquad (4.1)$$

Поскольку кольцо светлое, то оптическая разность хода ΔL между лучами **1** и **2** кратна целому числу длин волн λ.

$$\Delta L = m\lambda. \ (m = 0, 1, 2, \ldots) \qquad (4.2)$$

Приравняем (4.1) и (4.2):

$$2b - \frac{\lambda}{2} = m\lambda. \qquad (4.3)$$

Из треугольника OAB находим связь между радиусом линзы R, радиусом кольца Ньютона r и толщиной воздушной прослойки b.

$$r^2 + (R - b)^2 = R^2, \qquad (4.4)$$

$$r^2 + R^2 - 2Rb + b^2 = R^2. \qquad (4.5)$$

Учитывая, что $b^2 \ll 2Rb$, получим:

$$2b \approx \frac{r^2}{R}. \qquad (4.6)$$

Подставим (4.6) в (4.3):

$$\frac{r^2}{R} - \frac{\lambda}{2} = m\lambda. \qquad (4.7)$$

Отсюда радиус кривизны линзы равен:

$$R = \frac{r^2}{\lambda(m + 1/2)}. \qquad (4.8)$$

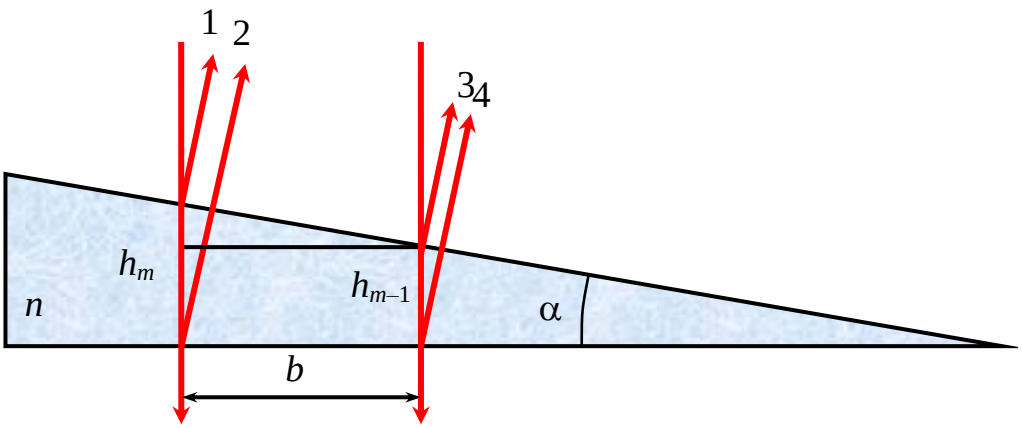
Первое светлое кольцо Ньютона соответствует минимальному числу $m = 0$. Значит, третье кольцо соответствует $m = 2$. Радиус кольца r равен 2,4 мм.

$$R = \frac{\left(2,4\cdot 10^{-3}\right)^2}{0,5\cdot 10^{-6}\left(2+1/2\right)} = 4,6\text{ м} \qquad (4.9)$$

Ответ: $R = 4,6$ м.

Задача 5. На тонкий стеклянный клин ($n = 1,55$) падает нормально монохроматический свет. Двугранный угол α между поверхностями клина равен 2′. Определить длину световой волны λ, если расстояние b между смежными интерференционными максимумами в отражённом свете равно 0,3 мм.

Решение. Интерференционную картину в отражённом свете создают когерентные лучи, отражённые от поверхностей клина, например, лучи 1 и 2, или 3 и 4.



Допустим, что лучи 1 и 2 дают максимум интенсивности. Тогда оптическая разность хода между ними будет кратна длине волны λ:

$$\Delta L = m\lambda. \ (m = 1, 2, \ldots) \qquad (5.1)$$

Определим оптическую разность хода этих лучей. Необходимо учесть, что луч 1 отразился от оптически более плотной поверхности, т.е. от стекла. Значит, при отражении он потерял полволны – λ/2. Луч 2 отразился от оптически менее плотной поверхности. Значит, при его отражении никакой потери оптического хода не будет. Однако, луч 2 дважды прошёл геометрический путь равный толщине клина h_m, имеющего показатель преломления n. Отсюда, образовалась оптическая разность хода между лучами:

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 2h_m n - \left(-\frac{\lambda}{2}\right). \qquad (5.2)$$

Приравнивая (5.1) и (5.2), получим:

$$2h_m n + \frac{\lambda}{2} = m\lambda. \qquad (5.3)$$

Аналогичное выражение получим для соседнего максимума, образованного лучами 3 и 4:

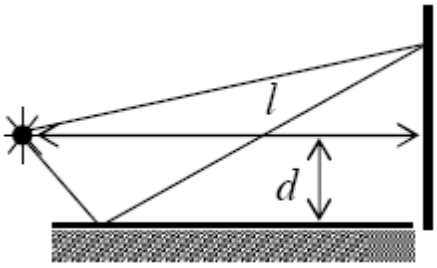
$$2h_{m-1}n+\frac{\lambda}{2}=(m-1)\lambda\,. \qquad (5.4)$$

Вычтем из (5.3) (5.4): $2(h_m-h_{m-1})n=\lambda\,,\qquad h_m-h_{m-1}\approx b\cdot\alpha\,.$ (5.5)

Окончательно получим: $\lambda=2b\alpha n=2\cdot 0,3\cdot 10^{-3}\cdot\dfrac{2}{60\cdot 57,3}\cdot 1,55=5,41\cdot 10^{-7}$ м

Ответ: λ = 0,541 мкм.

Задачи



1.1. Зеркало Ллойда расположено на расстоянии d = 1 мм от луча, исходящего от источника когерентного света. Расстояние до экрана l = 1 м. Определить ширину интерференционной полосы на экране b. Длина волны излучения λ = 0,7 мкм.

1.2. Расстояние d между двумя когерентными источниками света (λ = 0,5 мкм) равно 0,1 мм. Расстояние b между интерференционными полосами на экране в средней части интерференционной картины равно 1 см. Определить расстояние l от источников до экрана.

1.3. Пучок лазерного излучения с длиной волны λ = 632,8 нм падает по нормали на преграду с двумя узкими щелями, расстояние между которыми d = 5,00 мм. На экране, установленном за преградой, наблюдается система интерференционных полос. В какую сторону и на какое число полос сместится интерференционная картина, если одну из щелей перекрыть прозрачной плёнкой толщины h = 10,0 мкм, изготовленной из материала с показателем преломления n = 1,633?

1.4. Плоскопараллельная плёнка толщиной d = 1,2 мкм и показателем преломления n = 1,5 помещена между двумя средами с показателями преломления n_1 и n_2. Свет длиной волны λ= 0,6 мкм падает нормально на плёнку. Определить оптическую разность хода ΔL волн, отражённых от верхней и нижней поверхностей плёнки, и указать, усиление или ослабление интенсивности света происходит при интерференции в следующих случаях: а) $n_1<n<n_2$; б) $n_1<n>n_2$.

1.5. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой стеклянной линзой налита жидкость, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла. Радиус r_8 восьмого тёмного кольца Ньютона при наблюдении в отражённом свете (λ = 0,7 мкм) равен 2 мм. Радиус R кривизны выпуклой поверхности линзы равен 1 м. Найти показатель преломления жидкости n.

1.6. Расстояние между 5-ым и 15-ым светлыми кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, равно 3 мм. Определить радиус кривизны линзы, если наблюдение проводится в лучах с длиной волны 450 нм.

ТЕМА № 2. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

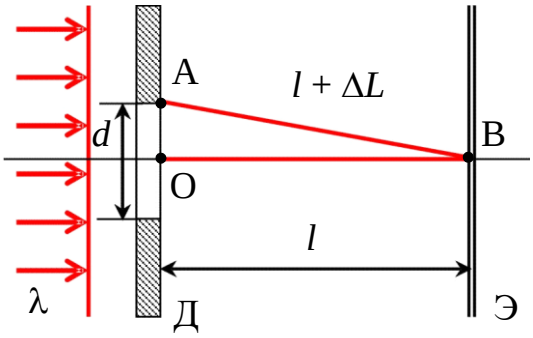
Основные понятия: зоны Френеля, дифракция света, дифракционная решетка, дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера.

Контрольные вопросы

1. Что такое дифракция волн?
2. Сформулировать принцип Гюйгенса-Френеля.
3. Что такое зоны Френеля?
4. Почему явление дифракции не наблюдается на заборах, решетках и чайном ситечке?
5. Чем дифракция в ближней зоне отличается от дифракции в дальней?

Примеры решения задач

Задача 1. Свет от монохроматического источника (λ = 0,6 мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием. Диаметр отверстия d = 6 мм. За диафрагмой на расстоянии l = 3 м от неё находится экран. 1) Сколько зон Френеля укладывается в отверстии диафрагмы? 2) Каким будет центр дифракционной картины на экране: тёмным или светлым?



Решение. 1) Каждая точка волнового фронта, прошедшего через отверстие в диафрагме Д, согласно принципу Гюйгенса-Френеля, является источником вторичных сферических волн. Эти волны, попадая на экран Э, интерферируют, в результате чего образуется картина дифракции. Чтобы определить, каким будет центр дифракционной картины (точка В): светлым или тёмным, необходимо определить количество зон Френеля, прошедших через отверстие диафрагмы. Зоной Френеля называется участок волнового фронта, у которого оптическая разность хода лучей, исходящих из краёв, равна $\lambda/2$. Чтобы определить число зон Френеля, проходящих через отверстие диафрагмы, необходимо определить оптическую разность хода ΔL лучей, исходящих их центра отверстия О и от края отверстия А. Для прямоугольного треугольника ОАВ воспользуемся теоремой Пифагора:

$$l^2 + (d/2)^2 = (l + \Delta L)^2, \qquad (1.1)$$

$$l^2 + (d/2)^2 = l^2 + 2l\Delta L + \Delta L^2. \qquad (1.2)$$

Учтём, что $\Delta L^2 \ll 2l\Delta L$, тогда: $\Delta L \approx \dfrac{d^2}{8l}$. (1.3)

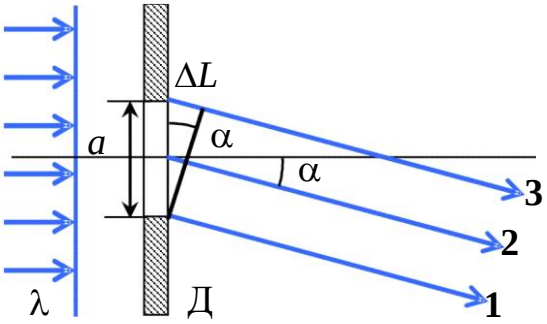
На каждую зону Френеля приходится оптическая разность хода лучей λ/2, поэтому число действующих зон Френеля n определяется по формуле:

$$n = \frac{\Delta L}{\lambda/2} = \frac{d^2}{4l\lambda} = 5\,. \qquad (1.4)$$

2) Излучения, приходящие в точку наблюдения из соседних зон Френеля, находятся в противофазе, поэтому они гасят друг друга. Если число действующих зон Френеля чётное, то в данной точке будет наблюдаться минимум интенсивности излучения. Если число действующих зон Френеля нечётное, то излучение одной из зон не будет погашено, значит, в данной точке будет наблюдаться максимум интенсивности. Получено, что n = 5, число нечётное, значит, центр дифракционной картины будет светлым.

Ответ: n = 5, центр дифракционной картины на экране светлый.

Задача 2. На щель в диафрагме падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ. Ширина щели a = 6λ. Под каким углом будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?



Решение. Каждая точка волнового фронта, прошедшего через щель диафрагмы Д, является источником вторичных сферических волн, которые распространяются во всех направлениях. Поскольку по условию задачи требуется определить угол, под которым наблюдается дифракционный минимум света, необходимо выделить только параллельные лучи, которые идут под одним и тем же углом. Дифракция в параллельных лучах – дифракция Фраунгофера – наблюдается в бесконечно далёкой области там, где сходятся параллельные лучи. Волновой фронт, проходящий через щель, можно разбить на зоны. Максимальная оптическая разность хода ΔL будет между лучами **1** и **3**. Она может быть определена следующим образом:

$$\Delta L = a\sin\alpha\,. \qquad (2.1)$$

На каждую зону Шустера приходится оптическая разность хода λ/2. Поэтому, число действующих зон Шустера равно:

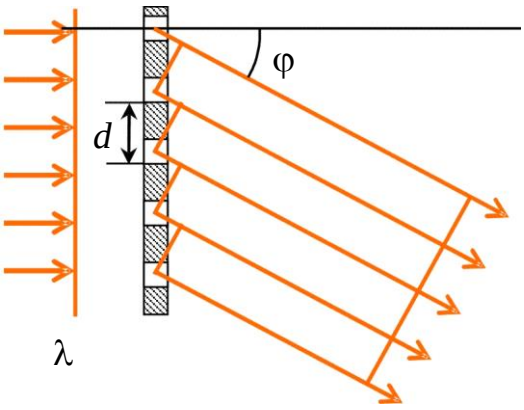
$$n = \frac{\Delta L}{\lambda/2} = \frac{a\sin\alpha}{\lambda/2}\,. \qquad (2.2)$$

Если на щели укладывается чётное число зон Шустера ($n = 2m$; m = 1, 2, 3,…), тогда в данном направлении будет наблюдаться дифракционный **минимум**:

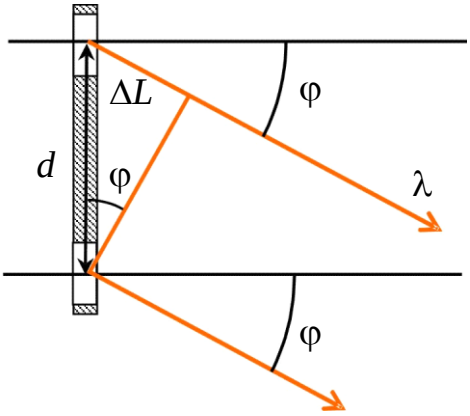
$$2m = \frac{a\sin\alpha}{\lambda/2} \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{m\lambda}{a} = \frac{3\lambda}{6\lambda} = \frac{1}{2}\,. \qquad (2.3)$$

Ответ: α = 30°.

Задача 3. Сколько штрихов на каждый миллиметр содержит дифракционная решётка, если при наблюдении в монохроматическом свете (λ = 0,6 мкм) максимум пятого порядка отклонён на угол φ = 18°?



Решение. Дифракционная решётка – это специальная диафрагма, содержащая большое количество параллельных щелей, находящихся на равном расстоянии друг от друга. Допустим, что монохроматический свет с плоским волновым фронтом падает по нормали на дифракционную решётку. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, каждая точка волнового фронта является источником вторичных сферических волн. Выделим только те лучи, прошедшие через дифракционную решётку, которые распространяются под углом дифракции φ. Если d – период дифракционной решётки (расстояние между соседними щелями), оптическая разность хода между соседними лучами равна:



$$\Delta L = d \sin\varphi. \qquad (3.1)$$

Если выполняется условие:

$$\Delta L = m\lambda, \qquad (m = 1, 2, 3,\ldots), \qquad (3.2)$$

то лучи будут усиливать друг друга в результате интерференции. Тогда под определёнными углами будут наблюдаться главные максимумы излучения. Приравнивая выражения (3.1) и (3.2), получаем формулу дифракционной решётки:

$$d \sin\varphi = m\lambda, \qquad (3.3)$$

где m – порядок дифракционного максимума.

Из формулы (3.3) получаем:

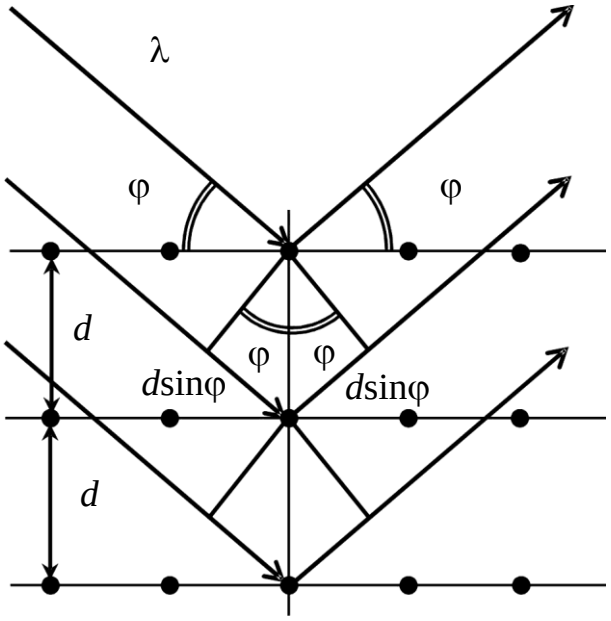
$$d = \frac{m\lambda}{\sin\varphi} = 9,71\,\text{мкм} \approx 0,01\,\text{мм}. \qquad (3.4)$$

Расстояние между штрихами равно 0,01 мм значит, на 1 мм дифракционной решётки приходится 100 штрихов.

Ответ: N = 100 штрихов на миллиметр.

Задача 4. Параллельный пучок рентгеновского излучения падает на грань кристалла. Под углом φ = 65° к плоскости грани наблюдается максимум третьего порядка. Расстояние d между атомными плоскостями кристалла 280 пм. Определить длину волны λ рентгеновского излучения.

Решение. Кристаллы являются естественными объёмными дифракционными решётками для рентгеновских лучей, поскольку длина волны рентгеновских лучей соизмерима с межатомными расстояниями в кристаллах. Рентгеновские лучи, падая на грань кристалла, испытывают множественные отражения от атомных плоскостей. Если φ – угол скольжения (угол между падающим лучом и атомной плоскостью), то оптическая разность хода между ближайшими отражёнными лучами составляет:



$$\Delta L = 2d\sin\varphi. \qquad (4.1)$$

Отражённые лучи будут усиливать друг друга, когда выполняется условие:

$$\Delta L = m\lambda, \qquad (m = 1, 2, 3,\ldots). \qquad (4.2)$$

Из этих выражений получаем условие Вульфа-Брэгга:

$$2d\sin\varphi = m\lambda. \qquad (4.3)$$

Под углами скольжения, которые удовлетворяют условию (4.3), будут наблюдаться эффективные отражения рентгеновских лучей. Это явление называется дифракция Вульфа-Брэгга.

Использую условие (4.3), определяем длину волны рентгеновского излучения, падающего на кристалл:

$$\lambda = \frac{2d\sin\varphi}{m} = 169 \text{ пм}. \qquad (4.4)$$

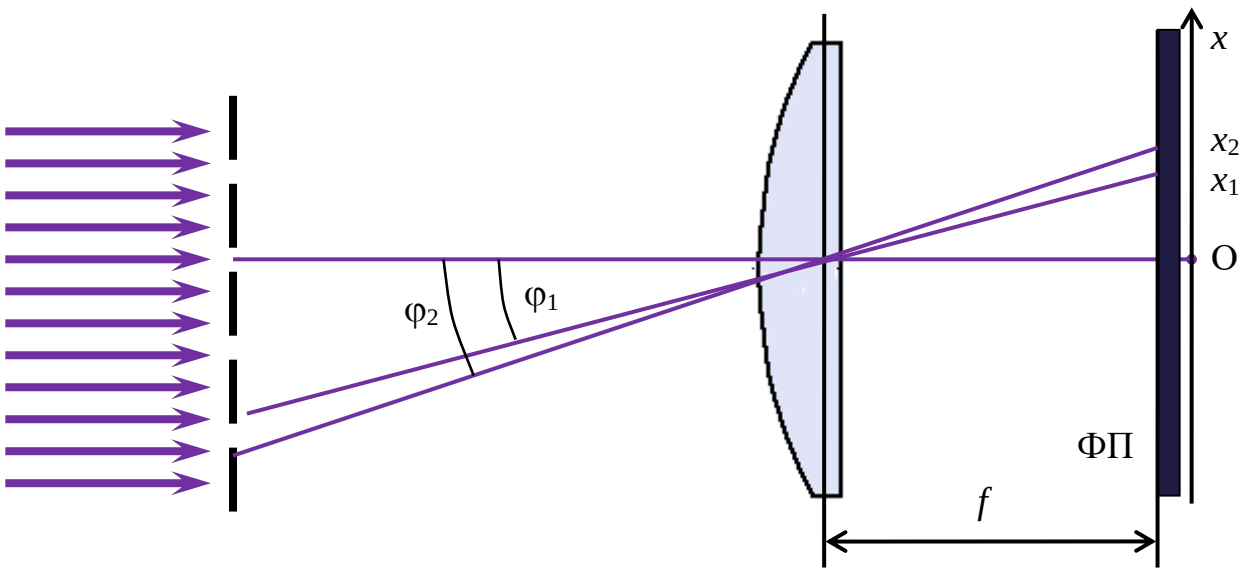
Ответ: λ = 169 пм.

Задача 5. Дифракционная решётка кварцевого спектрографа имеет ширину a = 25 мм и содержит n = 250 штрихов на миллиметр. Фокусное расстояние объектива f, в фокальной плоскости которого находится фотопластинка, равно 80 см. Свет падает на решётку нормально. Исследуемый спектр содержит две близкие спектральные линии длиной волны λ_1 = 310,154 нм и λ_2 = 310,184 нм (дублет). Определить:

а) расстояния на фотопластинке между компонентами этого дублета в спектрах первого Δx_1 и второго порядков Δx_2;

б) будут ли они разрешены в этих порядках спектра.

Решение. Количество штрихов дифракционной решётки $N = a \cdot n = 25 \cdot 250 = 6250$, а её период $d = 1/n = 1/250$ мм $= 4$ мкм.



а) После прохождения дифракционной решётки дублет расходится под разными углами дифракции φ_1 и φ_2, определяемыми по формуле дифракционной решётки:

$$d\sin\varphi_1 = m\lambda_1, \qquad d\sin\varphi_2 = m\lambda_2. \qquad (5.1)$$

Те лучи, которые проходят через оптический центр объектива, не преломляются, а остальные параллельные лучи будут сходиться в фокальной плоскости в токах с координатами x_1 и x_2. Их можно определить следующим образом:

$$x_1 = f\cdot\mathrm{tg}\,\varphi_1, \qquad x_2 = f\cdot\mathrm{tg}\,\varphi_2. \qquad (5.2)$$

Если углы дифракции малы (φ_1, φ_2 << 1 рад), то $\sin\varphi_{1,2} \approx \mathrm{tg}\,\varphi_{1,2}$. Заменим синусы в формуле (5.1) на тангенсы (5.2):

$$d\frac{x_1}{f} = m\lambda_1, \qquad d\frac{x_2}{f} = m\lambda_2. \qquad (5.3)$$

Возьмём разность выражений (5.3):

$$d\frac{\Delta x_m}{f} \approx m\Delta\lambda, \qquad \Delta x_m \approx m\frac{\Delta\lambda\cdot f}{d}. \qquad (5.4)$$

Ответ: Δx_1 = 6 мкм, Δx_2 = 12 мкм.

б) Для того, чтобы дублет был разрешён спектральным прибором по критерию Рэлея, необходимо, чтобы его разрешающая способность была больше чем $R_{\min} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{310\text{ нм}}{0{,}03\text{ нм}} \approx 10333$. Дифракционная решётка имеет разрешающую способность $R = N\cdot m$. В первом порядке $R = N = 6250$, а во втором – $R = 2N = 12500$. Следовательно, дублет будет разрешён во втором порядке, а в первом – нет.

Задачи

2.1. На диафрагму с круглым отверстием диаметром d = 4 мм падает нормально параллельный пучок лучей монохроматического света (λ = 0,5 мкм). Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии b = 1 м от него. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Тёмное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдений поместить экран?

2.2. На непрозрачную преграду с отверстием радиусом r = 1,000 мм падает монохроматическая плоская световая волна. Когда расстояние от преграды до установленного за ней экрана равно b_1 = 0,575 м, в центре дифракционной картины наблюдается максимум интенсивности. При увеличении расстояния до значения b_2 = 0,862 м максимум интенсивности сменяется минимумом. Определить длину волны λ света.

2.3. На щель шириной d = 20 мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ = 500 нм. Найти ширину b изображения щели на экране, удалённом от неё на L = 1 м. Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещённости.

2.4. На щель в диафрагме шириной a = 0,05 мм падает нормально монохроматический свет (λ = 0,6 мкм). Определить угол $\Delta\varphi$ между направлениями на четвёртые тёмные дифракционные полосы.

2.5. На дифракционную решётку, содержащую n = 100 штрихов на миллиметр, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, её нужно повернуть на угол $\Delta\varphi$ = 20°. Определить длину волны λ света.

2.6. Падающий на дифракционную решетку свет состоит из двух резких спектральных линий с длинами волн λ_1 = 490 нм (голубой свет) и λ_2 = 600 нм (оранжевый свет) Первый дифракционный максимум для линии с длиной волны λ_1 располагается под углом φ_1 = 10,0°. Найти угловое расстояние $\Delta\varphi$ между этими линиями в спектре второго порядка.

2.7. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновского излучения (λ = 147 пм). Определить расстояние d между атомными плоскостями кристалла, если дифракционный максимум второго порядка наблюдается, когда излучение падает под углом φ = 31,5° к поверхности кристалла.

2.8. На дифракционную решетку с периодом d = 2500 нм падает под углом φ_0 = 20,0° к нормали свет с длиной волны λ = 600 нм. Полагая углы, отсчитанные от нормали против часовой стрелки положительными, получить формулу, определяющую угловые положения главных максимумов.

ТЕМА № 3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

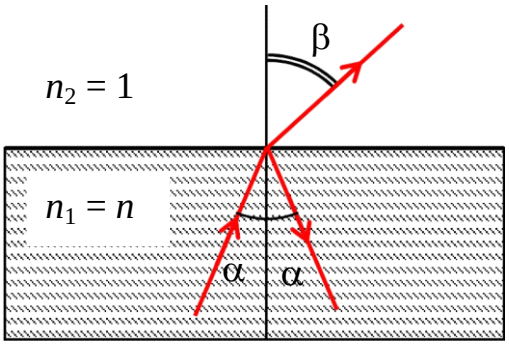
Основные понятия: показатель преломления среды, закон преломления света, полное внутреннее отражение, состояние поляризации света, закон Малюса, эффект Брюстера, степень поляризации.

Контрольные вопросы

1. Что такое показатель преломления среды?
2. Сформулировать закон преломления света на границе двух прозрачных сред. В каком случае наблюдается явление полного внутреннего отражения?
3. Чем поляризованный свет отличается от неполяризованного?
4. Какие существуют состояния поляризации?
5. Сформулировать закон Малюса.
6. Как определяется степень поляризации света?
7. Можно ли с помощью одного линейного поляризатора отличить циркулярно поляризованный свет от естественного?
8. В чём состоит эффект Брюстера? Как определить угол полной поляризации?

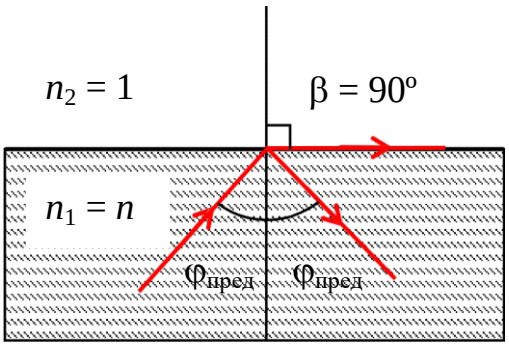
Примеры решения задач

Задача 1. Предельный угол полного внутреннего отражения $\varphi_{пред}$ для некоторого вещества равен 45°. Чему равен для этого вещества угол полной поляризации $\varphi_Б$?



Решение. Луч света распространяется в среде с показателем преломления n и падает на границу раздела с воздухом. Угол преломления β будет больше чем угол падения α:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{n}. \qquad (1.1)$$

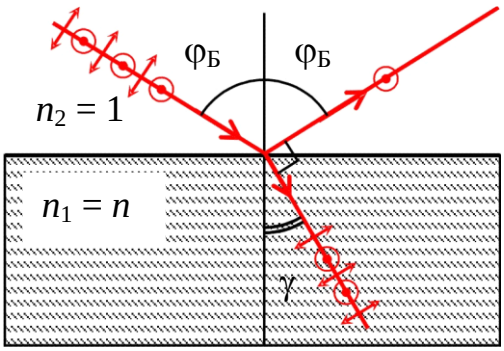


Полное внутреннее отражение света на границе раздела возникает, когда угол преломления становится равным 90°. Минимальный угол падения, при котором наблюдается это явление, называется предельным углом полного внутреннего отражения $\varphi_{пред}$:

$$\frac{\sin\varphi_{пред}}{\sin 90°} = \sin\varphi_{пред} = \frac{1}{n}, \qquad (1.2)$$

$$\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{n}, \qquad (1.3)$$

$$n = \sqrt{2} \approx 1,41. \qquad (1.4)$$



Допустим, что луч неполяризованного света падает на поверхность вещества с показателем преломления n. Если угол падения равен углу полной поляризации (углу Брюстера) $\varphi_Б$, то отражённый луч будет линейно поляризован в плоскости перпендикулярной плоскости падения. Это явление наблюдается, когда луч отражённый и преломлённый образуют прямой угол.

Угол полной поляризации, он же угол Брюстера, это угол, при падении под которым отраженный свет полностью поляризован. Этот угол можно найти из закона преломления света:

$$\frac{\sin\varphi_Б}{\sin\gamma} = \frac{\sin\varphi_Б}{\sin\left(90° - \varphi_Б\right)} = \frac{\sin\varphi_Б}{\cos\varphi_Б} = \operatorname{tg}\varphi_Б = n, \qquad (1.5)$$

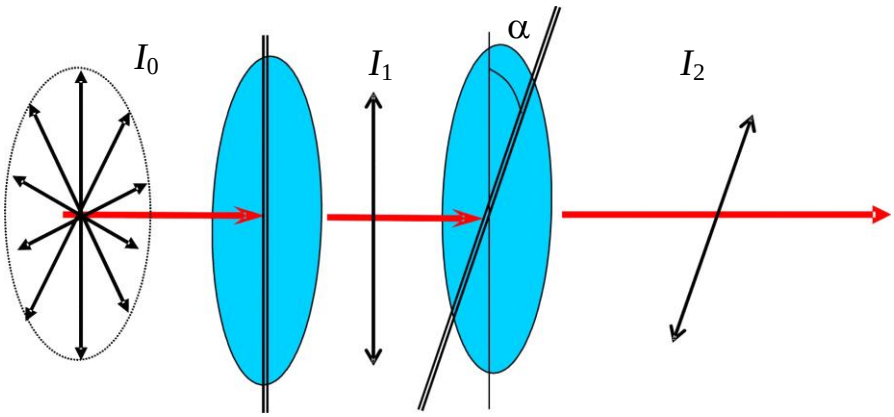
$$\varphi_Б = \operatorname{arctg} n = \operatorname{arctg} 1,41 = 54,7°. \qquad (1.6)$$

Ответ: $\varphi_Б = 54,7°$.

Задача 2. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен α. Оказалось, что интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9% интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти угол α.

Решение. Естественный свет интенсивности I_0 падает на поляризатор, при этом на выходе из поляризатора свет становится поляризованным, а его интенсивность уменьшается вдвое:

$$I_1 = \frac{I_0}{2}. \qquad (2.1)$$



Затем свет проходит через второй поляризатор, поставленный под углом α к первому. По закону Малюса через второй поляризатор проходит свет интенсивностью I_2:

$$I_2 = I_1 \cos^2\alpha. \qquad (2.2)$$

Таким образом, отношение интенсивностей на выходе и на входе равно:

$$\frac{I_2}{I_0} = \frac{\cos^2\alpha}{2} = 0,09. \qquad (2.3)$$

$$\alpha = \arccos\left(\sqrt{2\frac{I_2}{I_0}}\right) = 64{,}9° \qquad (2.4)$$

Ответ: α = 64,9°

Задачи

3.1. Чему равен показатель преломления стекла *n*, если при отражении от него света отражённый луч будет полностью поляризован при угле преломления $\gamma_{пр}$ = 30°? Определить скорость света в стекле.

3.2. На какой угловой высоте φ должно находиться Солнце, чтобы солнечный свет, отражённый от поверхности воды, был полностью поляризован? Показатель преломления воды *n* = 1,33.

3.3. Пучок естественного света, идущий в воде, отражается от грани алмаза, погружённого в воду. При каком угле падения отражённый свет полностью поляризован? Показатель преломления алмаза – *n* = 2,42.

3.4. Естественный свет падает нормально на систему из шести идеальных поляризаторов, каждый из которых повёрнут главной плоскостью по отношению к предыдущему на 60°. Какая доля света пройдёт через эту систему поляризаторов?

3.5. Угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен 45°. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол увеличить до α_1 = 60°?

3.6. Плоскополяризованный свет интенсивности I_0 = 100 Вт/м^2 проходит последовательно через 2 совершенных поляризатора, плоскости которых образуют с плоскостью колебаний в исходном луче углы α_1 = 20,0° и α_2 = 50,0° определить интенсивность света *I* на выходе из второго поляризатора. Рассмотреть 2 случая: 1) оба угла отсчитываются по часовой стрелке; 2) первый угол считается по часовой стрелке, второй – против часовой.

ТЕМА № 4. ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Основные понятия: тепловое излучение, абсолютно чёрное тело (АЧТ), серое тело, коэффициент поглощения, поток излучения, энергетическая светимость, спектральная плотность энергетической светимости, квант энергии электромагнитного поля, закон смещения Вина, закон Стефана-Больцмана.

Контрольные вопросы

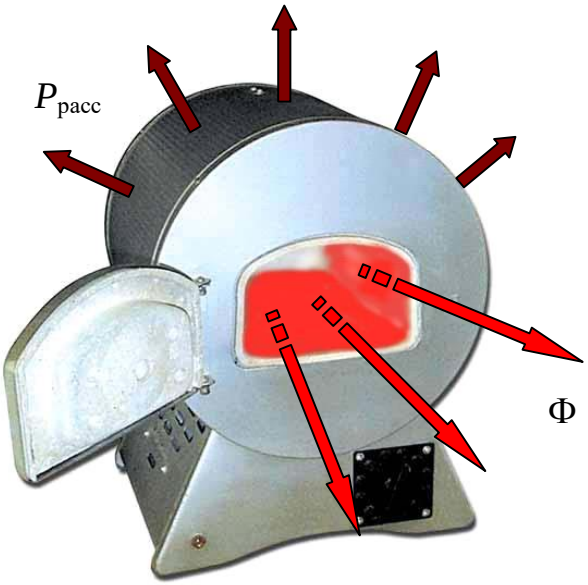
1. Что такое тепловое излучение?
2. Какой физический смысл имеют характеристики теплового излучения: поток излучения, энергетическая светимость, спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность)?
3. Что такое абсолютно чёрное тело?
4. Как выглядит спектр теплового излучения АЧТ?
5. В чём состояла гипотеза Планка для объяснения спектра теплового излучения АЧТ?
6. Сформулировать законы теплового излучения: закон Кирхгофа, закон Стефана-Больцмана, закон смещения Вина, второй закон Вина.

Примеры решения задач

Задача 1. Муфельная печь потребляет мощность P = 1 кВт. Температура T её внутренней поверхности при открытом отверстии площадью S = 25 см^2 равна 1200 К. Считая, что отверстие печи излучает как АЧТ, определить, какая часть W мощности рассеивается стенками?

Решение. Мощность, потребляемая печью P, расходуется на поддержание теплового потока Ф из отверстия и потери энергии стенками $P_{расс}$:

$$P = \Phi + P_{расс}\,. \qquad (1.1)$$



Поток теплового излучения можно определить с помощью закона Стефана-Больцмана:

$$\Phi = \sigma T^4 \cdot S = \\ = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 1200^4 = \\ = 294 \text{ Вт}. \qquad (1.2)$$

Тогда мощность, рассеянная стенками, будет равна:

$$P_{расс} = P - \Phi = 1000 - 294 = 706 \text{ Вт}, \qquad (1.3)$$

а доля мощности: $W = P_{расс}/P$ = 706/1000 = 0,706.

Ответ: W = 0,706 или W = 70,6 %.

Задача 2. Планета Сатурн находится в 10 раз дальше от Солнца, чем Земля. Средняя температура её поверхности составляет t = –173° С. Определить отношение мощности поглощённой солнечной энергии к потоку теплового излучения планеты.

Решение. Интенсивность солнечного света в области Сатурна будет в 100 раз меньше, чем в области Земли, т.к. Сатурн находится в 10 раз от Солнца, чем Земля. Если на Землю падает солнечный свет интенсивностью 1395 Вт/м^2, то на Сатурн будет падать солнечный свет интенсивностью $I \approx 14$ Вт/м^2. Допустим, что радиус Сатурна r. Тогда, площадь тени планеты будет составлять $S = \pi r^2$. Будем считать, что планета поглощает равномерно весь спектр излучения Солнца, т.е. является серым телом с коэффициентом поглощения A. Тогда мощность поглощённого излучения планеты составит:

$$P_{\text{погл}} = I \cdot \pi r^2 \cdot A. \qquad (2.1)$$

Если считать, что температура планеты приблизительно одинаковая по всей поверхности площадью $S_{\text{пов}} = 4\pi r^2$, то поток излучения, исходящий от неё будет равен:

$$\Phi = A\sigma T^4 \cdot 4\pi r^2, \qquad (2.2)$$

где T – абсолютная температура поверхности Сатурна: T = –173+273 = 100 К.
Отношение этих величин равно: $P_{\text{погл}}/\Phi = I/4\sigma T^4 = 0{,}62$.

Ответ: Сатурн поглощает энергии от Солнца только 62% от энергии его собственного теплового излучения.

Задача 3. Спутник шарообразной формы летает вокруг Земли. Определить: 1) температуру, которая установится на спутнике, если он будет всё время находиться под солнечным освещением; 2) длину волны, на которую приходится максимум испускательной способности поверхности спутника, если считать его абсолютно чёрным телом.

Решение. Если температура на спутнике установилась постоянной, значит, мощность поглощённого излучения от Солнца стала равной потоку теплового излучения спутника:

$$P_{\text{погл}} = \Phi. \qquad (3.1)$$

Допустим, что спутник имеет радиус r. Тогда площадь тени спутника будет составлять πr^2. Мощность поглощённого излучения составляет:

$$P_{\text{погл}} = C \cdot \pi r^2, \qquad (3.2)$$

где C – солнечная постоянная (интенсивность солнечного света в области Земли). Поток теплового излучения спутника определим по закону Стефана-Больцмана:

$$\Phi = \sigma T^4 \cdot 4\pi r^2, \qquad (3.3)$$

где T – установившаяся абсолютная температура спутника. Подставляя (3.2) и (3.3) в уравнение энергетического баланса, получаем:

$$C \cdot \pi r^2 = \sigma T^4 \cdot 4\pi r^2 . \qquad (3.4)$$

Отсюда:

$$T = \left(\frac{C}{4\sigma} \right)^{1/4} = \left(\frac{1395}{4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}} \right)^{1/4} = 280 \text{ К} = 7\,°\text{C}. \qquad (3.5)$$

Длину волны, на которую приходится максимум испускательной способности поверхности спутника, определим по закону смещения Вина:

$$\lambda_{\max} = b/T = 2,9 \cdot 10^{-3} / 280 = 1,04 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 10,4 \text{ мкм} . \qquad (3.6)$$

Ответ: t = 7 ºС, $\lambda_{\max}$ = 10,4 мкм.

Задачи

4.1. Определить длину волны, соответствующую максимуму испускательной способности абсолютно чёрного тела, нагретого до температуры: а) 3 К, б) 0 °С, в) 36,6 °С, г) 2000 °С.

4.2. Радиус звезды Сириус (α Большого Пса) в 1,8 раза больше, чем у Солнца. Температура её поверхности составляет 11000 К. Найти, во сколько раз Сириус излучает больше энергии в 1 с, чем Солнце. Температура поверхности Солнца 6000 К.

4.3. Энергетическая светимость абсолютно чёрного тела M_e = 3 Вт/см^2. Определить длину волны, отвечающую максимуму испускательной способности этого тела.

4.4. Небольшой абсолютно чёрный камешек шарообразной формы, вращающийся вокруг Солнца по круговой орбите, имеет температуру –100 °С. Определить расстояние, от камешка до Солнца. Радиус Солнца R_C = 6,96·10^8 м, а температура его поверхности T_C = 6000 К.

4.5. С поверхности сажи площадью S = 2 см^2 при температуре T = 400 К за время t = 5 мин излучается энергия W = 83 Дж. Определить коэффициент поглощения A сажи.

4.6. Солнечный свет падает перпендикулярно на некоторую область, находящуюся в экваториальной Африке. Если поверхность является абсолютно чёрной, то какая максимальная температура может установиться в этой области? Солнечная постоянная (мощность солнечного излучения, падающего на единицу площади поверхности Земли, которая ориентирована перпендикулярно лучам) равна C = 1395 Вт/м^2.

4.7. Температура воды в озере t = 20° С. Средняя глубина h = 2 м. На сколько будет остывать вода в ясную ночь за 1 час, если не учитывать теплообмен с окружающей средой?

ТЕМА № 5. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

Основные понятия: квант света, фотоэффект, красная граница фотоэффекта, световая, спектральная и вольтамперная характеристики вакуумного фотоэлемента давление света, эффект Комптона.

Контрольные вопросы

1. Как определяются основные характеристики кванта электромагнитного поля – фотона: энергия, импульс, масса, скорость?
2. В каких экспериментах была доказана квантовая природа света?
3. Что такое красная граница фотоэффекта?
4. Сформулируйте законы фотоэффекта.
5. Напишите формулу Эйнштейна для фотоэффекта.
6. Чем обусловлено давление света? От чего оно зависит?
7. Что такое обратный фотоэффект? Напишите формулу для коротковолновой границы рентгеновского спектра излучения при обратном фотоэффекте.
8. В чём состоит эффект Комптона? Напишите формулу Комптона.

Примеры решения задач

Задача 1. При какой температуре средняя кинетическая энергия молекулы двухатомного газа будет равна энергии фотона с длиной волны λ = 5890 нм? Определить длину волны, на которой абсолютно чёрное тело при этой температуре имеет максимум испускательной способности.

Решение. Средняя кинетическая энергия молекулы двухатомного газа при температуре T рассчитывается по формуле:

$$\langle E \rangle = \frac{5}{2} kT , \qquad (1.1)$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана. Энергия фотона определяется по формуле Планка:

$$E_{\text{ф}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} , \qquad (1.2)$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, $c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с – скорость света. Приравнивая эти энергии, находим искомую температуру газа:

$$T = \frac{2hc}{5k\lambda} = 977 \text{ К} . \qquad (1.3)$$

Длина волны, на которую приходится максимум испускательной способности АЧТ при заданной температуре, определяется по закон смещения Вина:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} = 2970 \text{ нм}. \qquad (1.4)$$

Ответ: T = 977 К, λ_{max} = 2970 нм.

Задача 2. Цинковый шарик радиусом r = 1 см облучают электромагнитным излучением с длиной волны λ = 250 нм. Определить красную границу фотоэффекта для цинка. Сколько электронов может покинуть этот шарик под воздействием излучения.

Решение. Красная граница фотоэффекта это минимальная частота $\nu_{кр}$ (или максимальная длина волны $\lambda_{кр}$) света, при которой возможен фотоэффект. Она определяется минимальной энергией, которую необходимо сообщить электрону, чтобы он покинул поверхность металла. Из формулы Эйнштейна для фотоэффекта можно найти:

$$h\nu_{кр} = \frac{hc}{\lambda_{кр}} = A_{вых}. \qquad (2.1)$$

где $A_{вых}$ – работа выхода для цинка. Из табл. в конце пособия находим: $A_{вых}$(Zn) = 4 эВ = $4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ = $6{,}4 \cdot 10^{-19}$ Дж. Для цинка красная граница фотоэффекта:

$$\lambda_{кр} = \frac{hc}{A_{вых}} = 3{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 310 \text{ нм}. \qquad (2.2)$$

Таким образом, свет с длиной волны λ = 250 нм, падающий на цинковый шарик, может вызвать фотоэффект. При этом электроны, покидающие шарик будут обладать максимальной энергией:

$$E_{max} = h\nu - A_{вых} = hc/\lambda - A_{вых} = 1{,}56 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}. \qquad (2.3)$$

Под действием света из шарика вылетают электроны, и он сам приобретает положительный заряд. Когда заряд шарика достигнет такой величины, что вырванные светом электроны не смогут преодолеть притяжение шарика, накопление заряда прекратиться. Неизменность заряда шарика Q будет достигнута, когда сумма потенциальной и максимальной кинетической энергии электрона на поверхности шарика станет равной нулю:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q(-e)}{r} + E_{max} = 0. \qquad (2.4)$$

где ε_0 – электрическая постоянная, r – радиус шарика. Отсюда, находим максимальный заряд шарика с учётом (2.3):

$$Q = \frac{4\pi\varepsilon_0 r}{e} E_{max} = 1{,}08 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}. \qquad (2.5)$$

Этот заряд равен произведению элементарного заряда на количество электронов N, покинувших шарик. Таким образом:

$$N = \frac{Q}{e} = 6,77 \cdot 10^6 \text{ электронов.} \qquad (2.6)$$

Ответ: $\lambda_{кр}$ = 310 нм, $N = 6,7 \cdot 10^6$.

Задача 3. Плоская световая волна интенсивности I = 0,6 Вт/см^2 освещает шар с абсолютно чёрной поверхностью. Радиус шара R = 5 см. Найти силу светового давления, испытываемую шаром.

Решение. Если свет падает на АЧТ, то все фотоны поглощаются этим телом, а импульс этих фотонов передаётся телу. За ним образуется тень площадью $S = \pi R^2$. Поэтому, сила светового давления, которая действует на шар радиусом R, равна силе светового давления, которая действует на круглую пластину такого же радиуса, ориентированной перпендикулярно лучам. Давление света на такую пластину можно определить по формуле:

$$p = \frac{I}{c}(1+\rho), \qquad (3.1)$$

где I – интенсивность падающего света, c – скорость света, ρ – коэффициент отражения света от поверхности. Для АЧТ $\rho = 0$. Таким образом, давление света на пластину равно:

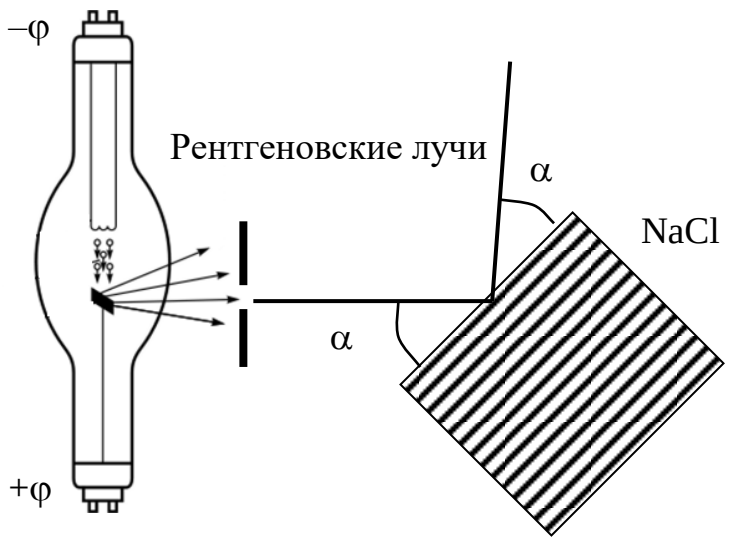
$$p = \frac{I}{c} = \frac{6000}{3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па}, \qquad (3.2)$$

а сила давления:

$$F = pS = 2 \cdot 10^{-5} \cdot \pi \cdot 0,05^2 = 1,57 \cdot 10^{-7} \text{ Н}. \qquad (3.3)$$

Ответ: $F = 1,57 \cdot 10^{-7}$ Н.

Задача 4. Узкий пучок рентгеновских лучей падает на монокристалл NaCl. Наименьший угол скольжения, при котором ещё наблюдается зеркальное отражение от системы кристаллических плоскостей с межплоскостным расстоянием d = 0,28 нм, равен α = 4,1°. Определить напряжение U на рентгеновской трубке.



Решение. Если на рентгеновскую трубку подано напряжение U, то при столкновении электронов с анодом электроны будут иметь энергию, равную Ue, где e – элементарный заряд. В результате обратного фотоэффекта эта энергия превращается в энергию квантов электромагнитного излучения разной частоты. Максимальная энергия кванта, соответствующая коротковолновой границе рентгеновского излучения, равна максимальной энергии электрона:

$$Ue = \frac{hc}{\lambda_{\min}}. \qquad (4.1)$$

Пучок рентгеновских лучей проходит через диафрагму и падает на монокристалл NaCl под углом скольжения α. Взаимодействие волн с атомными плоскостями кристалла приводит к появлению брэгговского отражения (см. дифракцию Вульфа-Брэгга). Эффективное отражение волн от кристаллической решётки происходит по зеркальному закону под углом скольжения, удовлетворяющему условию Вульфа-Брэгга:

$$2d\sin\alpha_m = m\lambda. \qquad (4.2)$$

Минимальный угол скольжения соответствует условиям: $m = 1$, $\lambda = \lambda_{\min}$.

Отсюда, $\lambda_{\min} = 2d\sin\alpha = 0,04$ нм, $U = \dfrac{hc}{\lambda_{\min} e} = 3,11\cdot 10^4$ В

Ответ: $U = 31$ кВ.

Задача 5. Фотон с энергией $E = 0,51$ МэВ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60°$. Найти импульс электрона и энергию фотона после рассеяния.

Решение. Рассеяние фотона на свободном или слабосвязанном электроне называется эффект Комптона. Фотон и электрон взаимодействуют как обычные тела, обмениваясь энергией и импульсом при столкновении. В замкнутой системе (фотон + электрон) энергия и импульс сохраняются. На основе этих законов сохранения была выведена формула Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_C\left(1 - \cos\theta\right), \qquad (5.1)$$

где λ и λ' – длина волны фотона до и после рассеяния на электроне, $\lambda_C = h/mc = 2,43$ пм – комптоновская длина волны электрона, θ – угол рассеяния фотона. Определим длину волны фотона до рассеяния:

$$\lambda = \frac{hc}{E_ф} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{0,51\cdot 10^6\cdot 1,6\cdot 10^{-19}} = 2,44 \text{ пм}, \qquad (5.2)$$

а также после рассеяния:

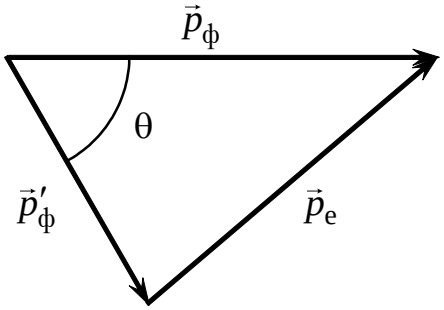
$$\lambda' = \lambda + \lambda_C\left(1 - \cos\theta\right) = 2,44 \text{ пм} + 2,43 \text{ пм}\left(1 - \cos 60°\right) = 3,66 \text{ пм}. \qquad (5.3)$$

Тогда, энергия фотона после рассеяния:

$$E_ф{}' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{6,63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{3,66\cdot10^{-12}} = 5,43\cdot10^{-14}\ \text{Дж} = 0,34\ \text{МэВ}. \qquad (5.4)$$

По закону сохранения импульса:

$$\vec{p}_ф = \vec{p}'_ф + \vec{p}_е, \qquad (5.5)$$



где $\vec{p}_ф$, $\vec{p}'_ф$ – импульс фотона до и после рассеяния, $\vec{p}_е$ – импульс электрона после рассеяния, который можно определить по теореме косинусов:

$$p_е^2 = p_ф^2 + p_ф'^2 - 2p_ф p'_ф \cos\theta. \qquad (5.6)$$

Импульс фотона до и после рассеяния равен: $p_ф = h/\lambda$ и $p'_ф = h/\lambda'$. Тогда:

$$p_е = h\sqrt{1/\lambda^2 + 1/\lambda'^2 - 1/\lambda\lambda'} = (h/\lambda)\sqrt{1+(\lambda/\lambda')^2 - \lambda/\lambda'} = 2,4\cdot10^{-22}\ \text{кг}\cdot\text{м/с}. \qquad (5.7)$$

Ответ: $E_ф{}' = 0,34$ МэВ, $p_е = 2,4\cdot10^{-22}$ кг·м/с.

Задачи

5.1. Ртутная лампа имеет мощность P = 125 Вт. Сколько квантов света испускается ежесекундно в излучение с длиной волны λ = 612,3 нм, если интенсивность этой линии равна 2% от интенсивности ртутной лампы? Считать, что 80% мощности идёт на излучение.

5.2. На платиновую пластину, находящуюся в безграничном пустом пространстве, падает излучение с длиной волны λ = 180 нм. Будет ли наблюдаться при этом фотоэффект? Ответ обосновать. При каком потенциале пластины относительно бесконечно удалённой точки фототок прекратится. Работа выхода электронов из платины A = 6,3 эВ.

5.3. При поочерёдном освещении поверхности некоторого металла светом с длинами волн λ_1 = 0,35 мкм и λ_2 = 0,54 мкм обнаружили, что соответствующие максимальные скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в 2 раза. Найти работу выхода с поверхности этого металла.

5.4. Лазер излучил в импульсе длительностью τ = 0,13 мс пучок света с энергией E = 10 Дж. Найти среднее давление такого светового импульса, если его сфокусировать в пятнышко диаметром d = 10 мкм на чёрную поверхность, перпендикулярную к пучку.

5.5. Фотон с энергией E = 1,02 МэВ рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего энергия фотона стала E' = 0,255 МэВ. Под каким углом рассеялся фотон? Определить импульс электрона после рассеяния на нём фотона.

ТЕМА № 6. СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Основные понятия: принцип относительности Эйнштейна, принцип постоянства скорости света, преобразования Лоренца, сокращение длины, замедление времени, основной закон релятивистской динамики, релятивистский импульс, полная энергия, энергия покоя.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте постулаты специальной теории относительности (СТО).
2. Что такое собственная длина стержня и собственное время жизни частицы?
3. Как определить длину стержня, который движется вдоль своей оси?
4. Во сколько раз увеличивается время жизни движущейся частицы?
5. Сформулируйте релятивистский принцип сложения скоростей.
6. Как определяется импульс частицы, движущейся со скоростью близкой к скорости света (релятивистской частицы)?
7. Как формулируется основной закон релятивистской динамики?
8. Напишите выражение для полной энергии, энергии покоя и кинетической энергии релятивистской частицы.
9. Какова связь между релятивистским импульсом и полной энергией частицы?

Примеры решения задач

Задача 1. Мю-мезон родился в верхних слоях атмосферы и пролетел со скоростью $V = 0{,}995c$ до распада $s = 6$ км. Определить: 1) собственную длину пути, пройденную ими до распада; 2) время жизни мю-мезона для наблюдателя на Земле; 3) собственное время жизни мю-мезона.

Решение. 1) Если связать систему отсчета с мю-мезоном, то в этой собственной системе отсчета частица покоится, значит, собственная длина пути L равна нулю.

2) В системе отсчета, связанной с наблюдателем на земле, мю-мезон пролетает расстояние 6 км со скоростью 99,5% скорости света за время:

$$\Delta t = \frac{s}{V} = \frac{6000}{0{,}995 \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 20 \text{ мкс}. \qquad (1.1)$$

3) Собственное время жизни мю-мезона $\Delta\tau$ рассчитаем по формуле, которая следует из преобразований Лоренца:

$$\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = 20 \text{ мкс} \cdot \sqrt{1 - 0{,}995^2} = 2 \text{ мкс}. \qquad (1.2)$$

Ответ: 1) собственная длина пути $L = 0$ м; 2) время жизни частицы для наблюдателя на Земле $\Delta t = 20$ мкс; 3) её собственное время жизни $\Delta\tau = 2$ мкс.

Задача 2. Ион, вылетев из ускорителя, испустил электрон в направлении своего движения со скоростью $V_0 = 0{,}4c$ (относительно иона). Определить скорость электрона относительно ускорителя V, если скорость иона относительно ускорителя $V_1 = 0{,}8c$.

Решение. По релятивистскому закону сложения скоростей:

$$V = \frac{V_1 + V_0}{1 + \frac{V_1 V_0}{c^2}} = \frac{0,8c + 0,4c}{1 + 0,32} = 0,91c.$$

Ответ: скорость электрона относительно ускорителя $V = 0{,}91c$.

Задача 3. При неупругом столкновении частицы массой m_0, обладающей импульсом $p = 3m_0c$, с такой же покоящейся частицей образуется составная частица. Определить: 1) скорость частицы до столкновения V_0; 2) массу m и скорость V составной частицы; 3) кинетическую энергию составной частицы T.

Решение. 1) Релятивистский импульс частицы определяется по формуле:

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{V}_0}{\sqrt{1 - \frac{V_0^{\,2}}{c^2}}}. \qquad (3.1)$$

Тогда:

$$3m_0c = \frac{m_0 V_0}{\sqrt{1 - \frac{V_0^{\,2}}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad V_0 = c\frac{3}{\sqrt{10}} = 0,949c. \qquad (3.2)$$

2) В замкнутой системе полная энергия и релятивистский импульс сохраняются:

$$\frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{V_0^{\,2}}{c^2}}} + m_0c^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \qquad 3m_0c = \frac{mV}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \qquad (3.3)$$

Из уравнений (3.3) получаем:

$$V = c\frac{3}{1 + \sqrt{10}} = 0,721c, \qquad m = m_0\sqrt{2\left(1 + \sqrt{10}\right)} = 2,885m_0. \qquad (3.4)$$

Масса составной частицы больше чем сумма масс исходных частиц, т.к. часть энергии движения первой частицы превратилась в энергию покоя составной частицы.

3) Кинетическая энергия релятивистской частицы равна разности полной энергии и энергии покоя:

$$T = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} - mc^2. \qquad (3.5)$$

Подставляя выражения (3.4) в (3.5), получаем:

$$T = m_0c^2\left(1+\sqrt{10}-\sqrt{2\left(1+\sqrt{10}\right)}\right) = 1,277m_0c^2. \qquad (3.6)$$

Ответ: 1) $V_0 = 0,949c$; 2) $V = 0,721c,\ m = 2,885m_0$; 3) $T = 1,277m_0c^2$.

Задачи

6.1. Стержень, собственная длина которого l_0 = 5 м, движется в продольном направлении со скоростью V относительно наблюдателя. При каком значении скорости длина стержня в системе отсчёта наблюдателя будет l = 3 м?

6.2. На спутнике, движущемся по круговой орбите вокруг Земли со скоростью V = 7,9 км/с, находятся часы. На сколько они отстанут от часов, находящихся на Земле, за 1 год?

6.3. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями $V_1 = 0,5c$ и $V_2 = 0,8c$ по отношению к лабораторной системе отсчета. Найти относительную скорость частиц в долях от скорости света (c – скорость света).

6.4. Определить импульс p частицы (в единицах m_0c) и её полную энергию (в единицах m_0c^2), если её кинетическая энергия в два раза больше энергии покоя.

6.5. Чтобы нагреть 1 кг воды на 1 ºС, необходимо передать ей 4200 Дж тепловой энергии. На сколько при этом увеличится 1) масса воды; 2) релятивистская масса воды?

6.6. Излучение Солнца по своему спектральному составу близко к излучению абсолютно чёрного тела, для которого максимум испускательной способности приходится на длину волны λ = 0,48 мкм. Найти массу, теряемую Солнцем ежесекундно за счёт излучения. Оценить время, за которое масса Солнца уменьшится на 1%. Масса Солнца $M = 2\cdot10^{30}$ кг, а его радиус $R = 7\cdot10^8$ м.

ТЕМА № 7. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Основные понятия: волновая функция, соотношение неопределенностей, волна де Бройля, стационарное состояние частицы, туннелирование.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте гипотезу де Бройля.
2. Как описывается состояние частицы в квантовой механике?
3. Какой физический смысл имеет волновая функция частицы?
4. Напишите соотношение неопределённостей для координат и проекций импульса?
5. Что такое потенциальная яма и потенциальный барьер для частицы?
6. В чём состоит явление туннелирования через потенциальный барьер?

Примеры решения задач

Задача 1. С какой скоростью движется электрон, если длина волны де Бройля λ электрона равна его комптоновской длине волны λ_C.

Решение. Комптоновская длина волны электрона вычисляется по формуле:

$$\lambda_C = \frac{h}{mc}, \tag{1.1}$$

где m – масса частицы.

Длина волны де Бройля находится по формуле:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1.2}$$

где p – импульс частицы. Сравнивая (1.1) и (1.2), получаем:

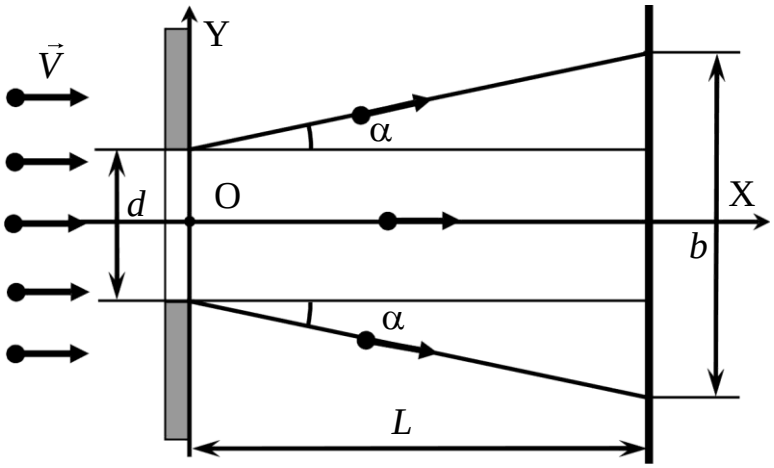
$$p = mc, \tag{1.3}$$

$$\frac{mV}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = mc. \tag{1.4}$$

Решая это уравнение, получаем: $V = c/\sqrt{2}$.

Ответ: $V = 2{,}12 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 2. Параллельный пучок протонов со скоростью V = 600 м/с падает на диафрагму со щелью шириной d = 0,1 мм, за которой на расстоянии L = 1 м расположен экран. Оценить с помощью соотношения неопределённостей ширину центрального максимума.



Решение. Пучок протонов, проходя через щель в диафрагме, расширяется за счёт действия квантовой неопределённости. В момент прохождения протона через щель неопределённость координаты y становится равной половине ширины щели: $\Delta y = d/2$. По принципу неопределённостей:

$$\Delta p_y \Delta y \geq h\,, \qquad (2.1)$$

т.е. произведение неопределённости проекции импульса Δp_y на неопределённость координаты Δy не может быть меньше чем постоянная Планка. Значит, у протонов после прохождения щели диафрагмы появляется неопределённость проекции скорости на ось OY, минимальная величина которой равна:

$$\Delta V_y = \frac{h}{m\Delta y} = \frac{2h}{md}\,, \qquad (2.2)$$

где $m = 1{,}67\cdot10^{-27}$ кг – масса протона. Отсюда можно определить тангенс угла расширения пучка частиц:

$$tg\alpha = \frac{\Delta V_y}{V} = \frac{2h}{mVd} = 1{,}32\cdot10^{-5}\,. \qquad (2.3)$$

Ширину центрального максимума b можно определить из геометрических соотношений:

$$\frac{b}{2} = \frac{d}{2} + L\cdot tg\alpha\,, \qquad b = d + 2L\cdot tg\alpha = 1{,}26\cdot10^{-4}\ \text{м} = 0{,}126\ \text{мм}. \qquad (2.4)$$

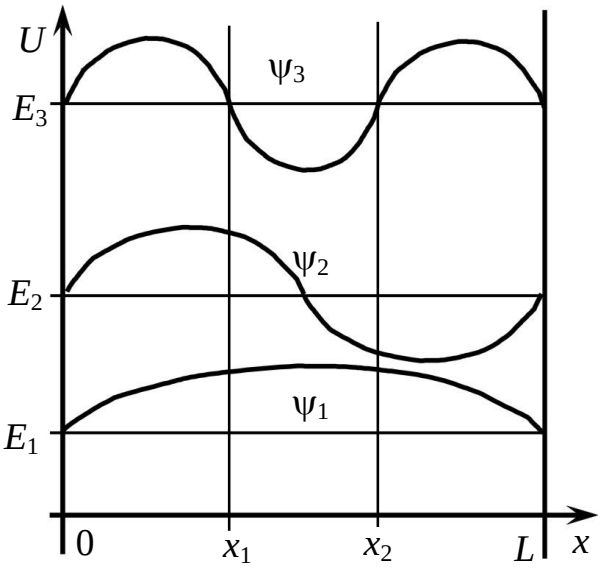
Ответ: ширина центрального максимума равна 0,126 мм.

Задача 3. Электрон находится в бесконечно глубокой потенциальной яме шириной L. Найти вероятность нахождения частицы в средней трети ящика, если она находится во втором возбужденном состоянии.

Решение. Вероятность обнаружить частицу в области между точками с координатами x_1 и x_2 определяется интегралом по этой области от квадрата волновой функции частицы.

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \left|\psi_n(x)\right|^2 dx, \qquad (3.1)$$

где $\psi_n(x)$ – волновая функция электрона, отвечающая данному состоянию.



Для электрона, находящегося в бесконечно глубокой потенциальной яме, волновая функция имеет вид:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right). \qquad (3.2)$$

Для второго состояния (n = 2):

$$\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right). \qquad (3.3)$$

Подставляем (3.3) в интеграл (3.1), выносим за знак интегрирования константу и, учитываем пределы интегрирования $x_1 = L/3$ и $x_2 = 2L/3$:

$$W = \frac{2}{L} \int_{x_1}^{x_2} \sin^2\left(\frac{2\pi x}{L}\right) dx, \qquad (3.4)$$

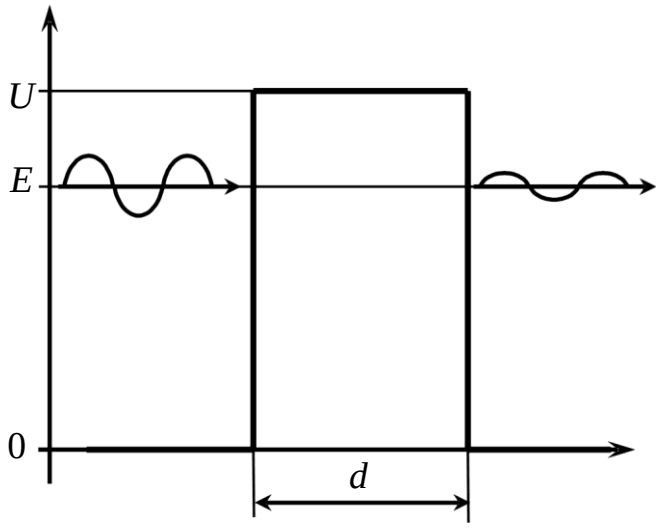
$$W = \frac{2}{L} \int_{L/3}^{2L/3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\left(\frac{4\pi x}{L}\right)\right) dx = \frac{1}{L}\cdot\frac{L}{3} - \frac{1}{L}\cdot\frac{L}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi x}{L}\right)\Bigg|_{L/3}^{2L/3} =$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi}\left(\sin\left(\frac{8\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = 0{,}196. \qquad (3.5)$$

Ответ: W = 0,196.

Задача 4. Найти вероятность W прохождения электрона через прямоугольный потенциальный барьер при разности энергий $U - E = 1$ эВ, если ширина барьера $d = 0{,}1$ нм.

Решение. Частица находится в потенциальном поле сил, которое создаёт потенциальный барьер для неё высотой U и шириной d, причём энергии частицы E недостаточно, чтобы его преодолеть. Однако существует вероятность, что частица окажется за барьером. Этот эффект называется туннелирование. Если потенциальный барьер имеет прямоугольную форму, то вероятность туннелирования частицы через него можно оценить по формуле:



$$W \sim \exp\left(-2\beta d\right), \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m\left(U-E\right)}}{\hbar}, \tag{4.1}$$

где m – масса частицы.

$$\beta = \frac{\sqrt{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}}{1{,}05\cdot 10^{-34}} = 5{,}14\cdot 10^{9}\ \text{м}^{-1}, \tag{4.2}$$

$$W \sim \exp\left(-2\cdot 5{,}14\cdot 10^{9}\cdot 0{,}1\cdot 10^{-9}\right) = 0{,}36. \tag{4.3}$$

Ответ: вероятность туннелирования электрона через потенциальный барьер ~0,36.

Задачи

7.1. На грань некоторого кристалла под углом $\alpha = 60°$ к его поверхности падает параллельный пучок электронов, движущихся с одинаковой скоростью. Определить скорость электронов, если они испытывают интерференционное отражение первого порядка. Расстояние d между атомными плоскостями кристалла равно 0,2 нм.

7.2. Параллельный пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U = 25$ В, падает на диафрагму с двумя щелями, расстояние между которыми $d = 50$ мкм. Определить расстояние между соседними максимумами дифракционной картины на экране, расположенном на расстоянии $L = 1$ м от щелей.

7.3. Оценить с помощью соотношения неопределённостей неопределённость скорости электрона в атоме водорода, полагая размер атома L = 0,1 нм. Сравнить полученную величину со скоростью электрона на первой боровской орбите данного атома.

7.4. Электрон находится в одномерной потенциальной яме шириной L. Вычислить отношение вероятностей W_1/W_2 нахождения электрона на первом и втором энергетических уровнях в интервале длиной ¼ от ширины ямы, примыкающему к стенке.

7.5. Частица в потенциальной яме находится в третьем возбуждённом состоянии. Какова вероятность W нахождения частицы в средней трети ямы?

7.6. Ядро испускает α-частицу с энергией E = 5 МэВ. В грубом приближении можно считать, что α-частица проходит через прямоугольный потенциальный барьер высотой U = 10 МэВ и шириной d = 5 фм. Найти коэффициент прозрачности барьера (вероятность туннелирования) W для α-частиц.

7.7. Молекула куркумина (пищевой краситель E100, хим. формула $C_{21}H_{20}O_6$) хорошо поглощает свет с длиной волны λ = 430 нм в сине-фиолетовой области спектра. Поэтому цвет этого вещества – ярко-жёлтый. Это поглощение обусловлено резонансным переходом π-электрона, находящегося в основном состоянии в первое возбуждённое.

1) Считая, что молекула образует одномерную потенциальную яму для этого электрона, оценить её размер в Å.

2) Оценить неопределённость скорости этого электрона.

ТЕМА № 8. ОСНОВЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Основные понятия: ядро, протоны, нейтроны, радиоактивность, α-, β-, γ-частицы, энергия связи ядер, активность и удельная активность препарата, период полураспада, ядерная энергия, виды распадов ядер.

Контрольные вопросы

1. Какие силы удерживают в ядре одноименно заряженные протоны и нейтроны?
2. Что такое α-, β-, γ-радиоактивность?
3. Перечислите правила смещения при различных видах радиоактивного распада.
4. Сформулируйте закон радиоактивного распада.
5. Как определяется активность радиоактивного препарата?
6. Какой вид распада используется в ядерных реакторах?
7. Что такое термоядерный синтез?

Примеры решения задач

Задача 1. Определить возраст древних деревянных предметов, если известно, что удельная активность изотопа ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ у них составляет 3/5 удельной активности этого изотопа в только что срубленных деревьях. Период полураспада ядер ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ $\tau_{1/2}$ равен 5570 лет.

Решение. В состав деревянных предметов входит углерод, который состоит преимущественно из двух изотопов: основную массу составляет стабильный углерод-12 (${}^{12}_{6}\mathrm{C}$) и небольшая примесь радиоактивного углерода-14 (${}^{14}_{6}\mathrm{C}$), который подвержен спонтанному электронному β-распаду:

$$ {}^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + e^{-} + \tilde{\nu}_{e} . \qquad (1.1) $$

Поскольку у предметов, изготовленных из старого дерева, обмен веществ с окружающей средой практически не происходит, то количество углерода-14 будет неуклонно уменьшаться. Согласно закону радиоактивного распада количество радионуклидов (радиоактивных ядер) N уменьшается во времени по степенному закону:

$$ N(t) = N_0 2^{-t/\tau_{1/2}} , \qquad (1.2) $$

где $\tau_{1/2}$ – период полураспада (время, за которое распадётся половина радионуклидов), N_0 – начальное количество радионуклидов. Активность препарата A это число распадов радионуклидов за 1 с:

$$A(t)=\left|\frac{dN}{dt}\right|=\frac{N_0}{\tau_{1/2}\ln 2}\cdot 2^{-t/\tau_{1/2}}=A_0\cdot 2^{-t/\tau_{1/2}}, \qquad (1.3)$$

где A_0 – начальная активность препарата. Активность препарата $A(t)$, как и число радионуклидов, уменьшается по степенному закону. Удельная активность препарата $a(t)$ это активность единицы массы препарата также должна уменьшаться по степенному закону:

$$a(t)=\frac{A(t)}{m}=a_0\cdot 2^{-t/\tau_{1/2}}, \qquad (1.4)$$

где a_0 – начальная удельная активность препарата. По условию задачи удельная активность предмета, сделанного из старого дерева, через промежуток времени Δt составляет 3/5 от начальной:

$$\frac{a(\Delta t)}{a_0}=\frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad 2^{-\Delta t/\tau_{1/2}}=\frac{3}{5}. \qquad (1.5)$$

Решая это уравнение, получаем:

$$\Delta t=-\tau_{1/2}\log_2(3/5)=-\tau_{1/2}\frac{\ln(3/5)}{\ln 2}=4100 \text{ лет}. \qquad (1.6)$$

Ответ: Δt = 4100 лет.

Задача 2. Определить максимальную энергию, которая выделится при полном превращении 1 моля водорода в дейтерий.

Решение. Реакция идёт по схеме:

$$p+p={}^{2}_{1}\mathrm{H}+e^{+}+\nu_e \qquad (2.1)$$

Выделенную энергию можно посчитать как разность энергий покоя в левой и правой частях уравнения. Масса протона m_p = 1,672621777·10^{-27} кг, дейтрона m_d = 3,343583202·10^{-27} кг. Масса позитрона, уносящего «лишний» положительный заряд m_e = 9,10938291·10^{-31} кг. Нейтрино имеет массу в ~100000 раз меньшую, чем у позитрона и из дальнейших рассуждений исключается. Масса исходных продуктов $m_{исх}$ (двух протонов) составляет 3,345243554·10^{-27} кг. Масса конечных продуктов $m_{кон}$ (дейтрона и позитрона) – 3,34449414·10^{-27} кг. Разница масс исходных и конечных продуктов реакции называется дефектом массы $\Delta m = m_{исх} - m_{кон}$. Он возникает в результате частичного преобразования энергии покоя исходных продуктов в энергию движения образовавшихся частиц. В условиях задачи Δm = 7,49414·10^{-31} кг. Воспользовавшись формулой для связи массы и энергии, получаем энергию, которая выделится при этой реакции синтеза:

$$\Delta E=\Delta mc^2=7,49414\cdot 10^{-31}\cdot\left(3\cdot 10^8\right)^2=6,745\cdot 10^{-14} \text{ Дж}. \qquad (2.2)$$

Из одного моля атомарного водорода получается $\nu = 0{,}5$ моля дейтерия (два протона превращаются в один дейтрон),

$$W = \Delta E \cdot \nu \cdot N_A = 2{,}02 \cdot 10^{10} \text{ Дж.} \qquad (2.3)$$

Ответ: $W = 20$ ГДж.

Задачи

8.1. При распаде радиоактивного полония $^{210}_{84}\text{Po}$ массой $m = 40$ г в течение $\Delta t = 10$ часов образовался гелий $^{4}_{2}\text{He}$, который при нормальных условиях занял объем $V = 8{,}9$ см^3. Какой продукт получился в результате распада? Определить период полураспада $\tau_{1/2}$ полония.

8.2. Препарат, содержащий изотоп $^{238}_{92}\text{U}$, массой 1 г излучает $1{,}24 \cdot 10^4$ α-частиц в секунду без учёта тех α-частиц, которые образуются при распаде дочерних ядер. Найти период полураспада этого изотопа.

8.3. Сколько энергии выделится при взрыве термоядерной бомбы с зарядом 100 кг дейтерия, если прореагирует половина находящихся в бомбе атомов? Масса дейтерия $m_d = 3{,}343583202 \cdot 10^{-27}$ кг, а масса ядра гелия – $m_{He} = 6{,}644656 \cdot 10^{-27}$ кг.

8.4. Ядро $^{48}_{20}\text{Ca}$ с кинетической энергией $E_k = 216$ ГэВ неупруго сталкивается с неподвижным ядром $^{249}_{98}\text{Cf}$. Определить:

1) на сколько скорость ядра кальция отличается от скорости света (в долях c)?
2) Энергию образовавшейся частицы в ГэВ;
3) На сколько скорость образовавшейся частицы отличается от скорости света (в долях c);
4) Во сколько раз энергия образовавшейся частицы больше энергии покоя исходных ядер?
5) Какой элемент образуется в результате этого столкновения?
6) Определить массовое и зарядовое число элемента, который образуется после последовательного выброса 3-х нейтронов и α-частицы?

8.5. Радиоактивный стронций $^{90}_{38}\text{Sr}$ имеет период полураспада 28,78 года.

1) Какая доля стронция распадается за 1 год?
2) Через сколько лет активность этого препарата уменьшится в 100 раз?

ЗНАЧЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл – элементарный заряд;

$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона;

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-11}$ Ф/м – электрическая постоянная;

$c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с – скорость света;

$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка;

$\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка;

$b = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$ К·м – постоянная Вина;

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^2·К^4 – постоянная Стефана-Больцмана.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трофимова, Т.И. Курс физики: Учебное пособие для инженерно-технических специальностей вузов / Т.И. Трофимова – М.: Академия, 2015. – 557 с.

2. Детлаф, А.А. Курс физики: Учебное пособие для высших технических учебных заведений / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Академия, 2015. – 719 с.

3. Савельев, И.В. Курс общей физики Т. 4: Волны. Оптика: учебное пособие для вузов в 5-и томах / И.В. Савельев – СПб: Лань, 2011. – 251 с.

4. Савельев, И.В. Курс общей физики Т. 5: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твёрдого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц: учеб пособие для втузов: в 5 кн. / И.В. Савельев – СПб: Лань, 2011. – 384 с.

5. Трофимова, Т.И. Курс физики. Задачи и решения: учеб. пособие для вузов по техническим направлениям и специальностям / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов – М.: Академия, 2016. – 590 с.