МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

537(07) Ш957

А.А. Шульгинов, Ю.В. Петров

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Учебное пособие для выполнения лабораторных работ

Челябинск 2018 Министерство образования и науки Российской Федерации Южно-Уральский государственный университет Институт естественных и точных наук Кафедра физической электроники

537(07) Ш957

А.А. Шульгинов, Ю.В. Петров

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Учебное пособие для выполнения лабораторных работ

Челябинск Издательский центр ЮУрГУ 2018

УДК 537(076.5)+537.6(076.5) Ш957

Одобрено учебно-методической комиссией Института естественных и точных наук

Рецензенты: д.х.н., проф. В.В. Викторов, к.т.н., доц. М.Р. Хаматдинова

Шульгинов, А.А.

Ш957 Электричество и магнетизм: учебное пособие для выполнения лабораторных работ / А.А. Шульгинов, Ю.В. Петров. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2018. – 186 с.

Учебное пособие написано для студентов, обучающихся по технологическим и техническим направлениям подготовки бакалавров в соответствии с программой дисциплины «Физика» ГОС 3-го поколения по разделу «Электричество и магнетизм». Предназначено для выполнения лабораторных работ и обработке результатов физического эксперимента студентами дневной и заочной форм обучения. Содержит описание семнадцати лабораторных работ. В каждой работе приводится краткая теория изучаемого явления, метод его исследования, а также методика проведения экспериментов. Особое внимание уделяется достоверности проводимых измерений, оценке их погрешностей и оформлению отчёта по выполненной работе. Приведены вопросы для контроля подготовки студентов к занятиям.

УДК 537(076.5) + 537.6(076.5)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2018

введение

Главными задачами лабораторных работ являются экспериментальное подтверждение основных законов электромагнетизма, закрепление и совершенствование навыков работы с электроизмерительными приборами, обработка и анализ результатов экспериментов, оценка погрешностей измерений.

Лабораторный комплекс «Электричество и магнетизм»

Комплекс представляет собой закрепленную на стойках вертикальную панель, на которой размещаются: блок генераторов напряжений, наборное поле, два мультиметра, блок моделирования электростатических полей с набором слабопроводящих пластин с электродами.

Блок генераторов напряжений

Общий вид блока генераторов напряжений показан на рис. В.1. Блок состоит из генератора сигналов специальной формы (ГССФ) и трех источников постоянного напряжения.



Рис. В.1. Блок генераторов напряжений

индикатор 1 перегрузки ГССФ; 2, 3, 4 – индикаторы перегрузки источников напряжения; 5 - индикатор частоты ГССФ; 6 индикаторы формы импульсов генератора ГССФ (синусоидальная, биполярная, униполярная); 7 – выход импульса синхронизации для осциллографа; 8 - кнопки для выбора формы импульса генератора; 9 – выходное напряжение ГССФ; 10 – кнопки регулировки выходного напряжения ГССФ; 11 – кнопки регулировки частоты импульсов ГССФ; 12, 13 – выходы источника постоянного регулируемого напряжения от 0 до 15 В; 14 - кнопки установки величины постоянного напряжения; 15, 16 - выходы стабилизированного постоянного напряжения +15 В; 16, 17 – выходы стабилизированного постоянного напряжение -15 В; 18 - кнопка установки блока в исходное положение: амплитуда напряжения – 0 В, форма сигнала ГССФ – синусо-

идальная, частота -0,5 кГц; 19 - выключатель питания («сети»)

Генератор сигналов специальной формы (ГССФ)

Генератор (рис. В.1) предназначен для получения импульсов напряжений различной формы и амплитуды частотой от 0,05 до 20 кГц. Генератор может выдавать три вида напряжений: синусоидальное (амплитуда –15...+15 В), биполярные импульсы (амплитуда –15...+15 В, длительность импульса равна половине периода), униполярные импульсы (амплитуда 0...+15 В, длительность импульса равна половине периода). Установку формы сигнала осуществляют кнопками 8. Амплитуду выходного напряжения (выход 9) регулируют кнопками 10, а частоту – кнопками 11. Значение частоты отображается на индикаторе 5. Для получения изображения формы выходного напряжения на осциллографе в генераторе предусмотрены импульсы синхронизации (прямоугольные, заданной частоты, амплитудой +5 В, длительность равна половине периода), которые можно снимать с выхода 7.

Генератор имеет защиту от перегрузки и индикаторы перегрузки 1. В случае срабатывания любого индикатора перегрузки необходимо выключить блок из сети и выяснить причину срабатывания.

Регулируемый источник постоянного напряжения (РИПН)

Источник (рис. В.1) предназначен для получения стабилизированного постоянного напряжения (–15 В, +15 В) (необходимого для работы интегратора тока, вакуумной лампы и датчика Холла) и регулируемого постоянного напряжения (0...+15 В), которое регулируют кнопками 14.

Блок мультиметров

Блок мультиметров состоит из двух мультиметров с источниками питания. Мультиметр предназначен для измерения постоянного и переменного напряжений, постоянного и переменного токов, сопротивления, электроёмкости и температуры. Общий вид мультиметра представлен на рис. В.2.



Рис. В.2. Общий вид мультиметра:

1 – дисплей, 2 – выключатель питания, 3 – гнездо для проверки транзисторов, 4 – переключатель режимов работы (рис. В.4), 5 – разъём для подключения термопары, 6 – разъём для подключения конденсатора, 7 – входы для измерения тока, напряжения, сопротивления (рис. В.3.)



```
Рис. В.З. Измерительные входы мультиметра:
```

10 А – вход для измерения тока до 10 А, mA – вход для измерения тока до 200 мА, COM – общий вход («земля»), VW – вход для измерения напряжения и сопротивления



Рис. В.4. Переключатель режимов работы мультиметра

При использовании мультиметра необходимо соблюдать следующие правила:

1. Перед вращением переключателя режимов для выбора измеряемой величины отсоедините провода от схемы.

2. Если значение измеряемой величины не известно заранее, установите переключатель режимов в положение, соответствующее наибольшему значению.

3. Появление на дисплее цифры «1» является индикатором перегрузки прибора и указывает на то, что следует увеличить диапазон измерений.

Внимание! Если положение переключателя режимов не изменяют в течение 40 минут, мультиметр автоматически выключается. Для продолжения работы необходимо дважды нажать кнопку 2 (рис. В.2).

Измерение напряжения

Подсоедините один провод к входу **СОМ** (рис. В.3), второй к входу **VW**. Установите переключатель режимов (рис. В.4) в положение V_{--} (область I) для измерения постоянного напряжения или в положение $V \sim$ (область II) для измерения переменного напряжения с учётом требуемого диапазона измерений. Подсоедините провода к точкам электрической цепи, между которыми измеряется напряжение.

Диапазоны измерения переменного и постоянного напряжения U = 0,2; 2; 20; 200; 600 В.

Измерение тока

Подсоедините один провод к входу **СОМ**, второй к входу mA или **10** A (для измерения больших токов). Установите переключатель режимов в положение **A**. (область V) для измерения постоянного тока или в положение **A**~ (область IV) для измерения переменного тока с учётом требуемого диапазона измерений. Подсоедините провода к точкам электрической цепи, между которыми измеряется ток.

Диапазоны измерения переменного тока I = 2; 20; 200 мА; 10 А, постоянного тока I = 2; 20; 200 мА; 10 А.

Измерение сопротивления

Подсоедините один провод к входу **СОМ** второй к входу **VW.** Установите переключатель режимов в положение **W** (область VI) с учётом требуемого диапазона измерений. Подсоедините провода к измеряемому сопротивлению. Диапазоны измерения сопротивлений R = 200 OM; 2 кOM; 20 кOM; 2 Мом; 20 МОМ; 20 МОМ.

Измерение электроёмкости

Подсоедините провода к разъёму 6 (рис. В.2). Установите переключатель режимов в положение C_x (область III) с учётом требуемого диапазона измерений.

Диапазон измерения электроёмкости C = 2; 20; 200 нФ; 2; 20 мкФ. Систематическая погрешность измерений – 4 % от измеренного значения.

Измерение температуры

Установите переключатель режимов в положение °С, при этом на дисплее будет показана температура окружающей среды. Вставьте провода от термопары в разъём 5 (рис. В.2), при этом следует соблюдать полярность подсоединения. Систематическая погрешность измерений – 2% от измеренного значения.

Наборное поле

Предназначено для сборки электрических схем (рис. В.5). Линии на поле показывают электрически соединенные гнезда, в которые помещаются миниблоки.

Основные правила техники безопасности

При работе с любым электрооборудованием всегда следует помнить о вероятной опасности поражения электрическим током.

Для человека смертельным считается ток более 0,1 А. Сетевое напряжение 220 В является опасным для жизни, однако на коже человека существуют точки, сопротивление между которыми на несколько порядков меньше сопротивления окружающих тканей, поэтому смертельно опасный ток может установиться между этими точками при значительно меньших напряжениях.

В целях повышения Вашей личной безопасности и безопасности оборудования:

1. Перед сборкой цепи проверьте, чтобы все приборы на рабочем столе были выключены.

2. При сборке цепи используйте только провода с исправной изоляцией. Подключая приборы, проверяйте соблюдение норм нагрузки (рабочее напряжение максимальный ток для катушек индуктивности и т.п.).



Рис. В.5. Наборное поле: 1, 2, 3, 4 – места для подключения миниблоков

3. Сборку электрической цепи осуществляйте *по контурам*, начиная с основного (содержащего источник питания); приборы, образующие вспомогательные контуры, подключайте в последнюю очередь.

4. Перед подключением мультиметров чётко уясните, какую электрическую величину и в каком диапазоне значений Вы собираетесь измерить. В зависимости от этого продуманно и осознанно установите переключателем род работы (режим) прибора (измерение постоянного или переменного напряжения или тока, сопротивления, электроёмкости или температуры) и диапазон значений измеряемой величины. Если в процессе работы прибор выйдет за пределы установленного диапазона, показывая перегрузку, переключите предел измерения на соседний, более грубый.

5. Проверить собранную цепь вместе с преподавателем.

6. Для проведения любых переключений в цепи необходимо отключить источник питания, чтобы избежать короткого замыкания участка цепи. Если в процессе работы на каком-либо миниблоке включится красный светодиод, иногда сопровождаемый звуковым сигналом перегрузки, немедленно отключите электропитание цепи и вместе с преподавателем выясните причину.

7. При работе с осциллографом не допускайте сведения изображения в яркую точку: электронный луч может прожечь люминофор экрана! В таких

случаях всегда уменьшайте яркость до минимальной.

8. В подключенной к источнику напряжения цепи не касайтесь неизолированных металлических контактов.

9. Перед разборкой цепи проверьте, чтобы все приборы на рабочем столе были выключены.

10. При разборке цепи, а также при любых её изменениях вынимайте соединительные провода из гнёзд, держась только за штекеры на их концах.

Лабораторная работа Э-1 ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Цель работы: ознакомление с одним из методов моделирования электростатических полей, построение эквипотенциальных и силовых линий поля, расчёт его напряженности и оценка погрешности расчёта.

Электростатическое поле представляет собой особый вид материи: возникает пространстве, окружающем неподвижные ОНО в электрические заряды u осуществляет взаимодействие между наэлектризованными телами. Электростатическое поле в каждой своей точке характеризуется силовой (напряжённость) и энергетической (потенциал) величинами.

Напряжённость электростатического поля - векторная величина, численно равная силе, с которой поле действует на положительный единичный пробный заряд, помещённый в данную точку поля

$$\mathbf{\hat{F}} = \frac{\mathbf{\hat{F}}}{q_{\text{проб}}}$$

Направление вектора напряжённости совпадает с вектором силы, действующей на положительный заряд.

Потенциал электростатического поля - скалярная величина, численно равная потенциальной энергии единичного положительного пробного заряда, помещённого в данную точку поля

$$= \frac{W_{\Pi}}{q_{\Pi \text{pob}}}.$$

Следует заметить, что практический смысл имеет не сам потенциал, а разность потенциалов Dj между различными точками поля. Поэтому, когда говорят о потенциале в данной точке поля, то имеют в виду разность потенциалов между этой точкой и точкой, потенциал которой условились считать нулевым.

Для наглядного представления электростатических полей их принято изображать графически с помощью линий вектора напряжённости (силовых линий) и эквипотенциальных линий или поверхностей. Каждая линии вектора напряжённости проводится так, чтобы касательная к ней в каждой точке совпадала с направлением вектора напряжённости в этой точке. Тот факт, что касательная, как и любая прямая, имеет два направления, взаимно противоположных не вносит двузначности, поскольку силовой линии назначается вполне определённое направление (от положительного заряда к отрицательному), отмечаемое на чертеже образом, стрелкой. Таким каждой точке электрического поля соответствует свой вектор напряжённости. Поэтому силовые линии нигде не пересекаются между собой. (Если бы они пересеклись, то в точке пересечения имелось бы два разнонаправленных вектора Е!)

Объединяя электростатическом поле В точки С одинаковым потенциалом, получают поверхности равного потенциала, ИЛИ эквипотенциальные поверхности. Пересекаясь с плоскостью чертежа, эквипотенциальные поверхности образуют эквипотенциальные линии. Прочерчивая такие линии для разных значений потенциала, получают наглядное представление о том, как изменяется потенциал в данном поле.

Перемещение пробного заряда по эквипотенциальной поверхности не требует совершения работы, так как потенциал остается величиной постоянной, то есть

$$dA = q_{\text{проб}} d\mathbf{j} = 0$$

С другой стороны, эту работу можно найти по формуле $dA = F \times dl = F dl \cos a = q_{npob} E dl \cos a$,

где а – угол между векторами E и dl (рис. 1.1), n - вектор нормали к эквипотенциальной поверхности. Так как напряжённость и пробный заряд отличны от нуля, то нулю может быть равен только cosa. Значит, угол $a = 90^{\circ}$.



Рис. 1.1. Эквипотенциальные и силовые линии электрического поля

Рис. 1.2. Пример построения силовых и эквипотенциальных линий

Таким образом, перпендикулярны силовые линии всегда К эквипотенциальным поверхностям в точках их пересечения.

На рис. 1.2 изображено плоское сечение электростатического поля двух заряженных шаров. Силовые линии проведены разноимённо здесь сплошными линиями, а эквипотенциальные линии – пунктирными.

Однородным называется поле, вектор \tilde{E} которого всюду одинаков по Силовые эквипотенциальные модулю направлению. И И линии однородного поля представляют собой ряд параллельных прямых. Примером устройства для получения однородного электростатического поля служит плоский конденсатор. На рис. 1.2 поле, в общем, неоднородно, однако можно выделить такой участок, на котором его можно приближенно считать однородным.

Потенциал наиболее быстро возрастает в направлении нормали \hat{n} к эквипотенциальной поверхности, поэтому можно записать

grad j =
$$\frac{\P j}{\P n} \frac{\mathbf{r}}{n}$$

где grad j - векторная величина, направление которой совпадает с направлением быстрейшего увеличения потенциала. Эта величина называется *градиентом потенциала.* Между напряжённостью и разностью потенциалов в каждой точке поля существует связь

$$\vec{E} = - \text{ grad } \vec{j}$$

Если Dj – разность потенциалов двух соседних эквипотенциальных линий, а Dn – расстояние между ними, измеренное по силовой линии, то, пользуясь приближённым соотношением

 $\frac{\P j}{\P n} \gg \frac{D j}{D n}$

$$E = \frac{\mathsf{Dj}}{\mathsf{D}n} \tag{1.1}$$

можно найти модуль вектора напряжённости на участке поля Dn.

Описание метода исследования

сложных При исследовании физических процессов широкое применение нашли модельные эксперименты. Различают физическое и математическое моделирование. В первом случае модель и натура имеют одинаковую физическую природу, характер самого явления сохраняется, но геометрические размеры модели отличаются от натуры. Во втором случае физические явления разные, но их закономерности дифференциальными описываются одинаковыми уравнениями И граничными условиями. Такая тождественность математического описания позволяет заменить сложное исследование одного явления более простым исследованием другого [1].

электрическое Известно, что поле стационарного тока в слабопроводящей среде является потенциальным. Поэтому его можно использовать для моделирования электростатического поля заряженных При моделировании вакууме. таком силовым линиям тел В поля будут электростатического соответствовать линии тока, а поверхностям равного потенциала - поверхности равных напряжений.

11

Потенциалы различных точек модели могут быть измерены непосредственно вольтметром.

Для исследования потенциала в электрических полях стационарного тока используются зонды, вводимые внутрь поля. Зондом является тонкий металлический стержень, хорошо изолированный по всей длине, кроме конца. Эксперимент значительно упростится, если проводить поля В этом случае исследование плоского стационарного тока. потенциалы измеряются при помощи зонда на поверхности слабопроводящей среды. Стационарное электрическое поле связано с наличием электрического тока, а это упрощает измерение разности потенциалов между любыми двумя точками поля. Для этого достаточно прикоснуться к этим точкам зондом, который подключен к вольтметру.

Таким образом, на поверхности слабопроводящей среды могут быть получены линии равного потенциала. Силовые линии моделируемого поля строят так, чтобы касательные к ним были ортогональны к экспериментально полученным линиям равного потенциала (рис. 1.2).

Описание установки

Оборудование: регулируемый источник постоянного напряжения, слабопроводящая пластина с электродами, зонд, вольтметр, соединительные провода.

В настоящей работе в качестве слабопроводящей среды используется тонкий графитовый слой, нанесённый на стеклотекстолитовую пластину (рис. 1.3).



Для исследования модели электростатического поля собирают электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 1.4. Если зонд 3



Рис. 1.4. Электрическая схема:

1 – мультиметр,

2, 4 – электроды,

3 - 30 Hд,

5 – слабопроводящая пластина,

входы для подключения 6 – источника регулируемого постоянного напряжения 8,

7 - блок моделирования полей

 $q(\Delta n)$

поместить в произвольную точку пластины 5, то вольтметр 1 покажет значение потенциала поля в этой точке, измеренное относительно электрода 2, потенциал которого принимается равным нулю. Совокупность точек исследуемого поля с таким же значением потенциала образует эквипотенциальную поверхность.

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить табл. 1.1

линейка

Таблица 1.1

MM

		- 1	I I I I I I I I I I I I I I I I I I I	··· I ··· ·· ··	
	No	Наименование	Предел допускаемой	Абсолютная	
	J 1 <u>–</u>	прибора		погрешность А	
			(в % от измеренного значения)	погрешноств о	
	1	Вольтметр	$g_{\mathrm{V}} = \frac{qU}{U} = 0,5\%$	$qU = U \frac{0,5\%}{100\%} =$	В
	2	Миллиметровая	$\mathbf{g}_{\Pi} = \frac{\mathbf{q}(\Delta n)}{100\%} = \%$	1/2 цены наим. дел. шка.	лы

Средства измерений и их характеристики

2. На лист миллиметровой бумаги формата А4 (210⁻ 297) перенести с пластины в масштабе 1:1 координатные оси и контуры электродов. Контуры заштриховать.

3. Выбрать в качестве вольтметра для измерения напряжения один из мультиметров. Для этого переключатель рода работ мультиметра перевести в положение «V...» и установить предел измерения «20 В».

4. Собрать электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 1.4.

Внимание! На вход СОМ мультиметра подключается провод с отрицательным напряжением «-», на вход VW- с положительным «+»).

5. Кнопками «СЕТЬ» включить блок генераторов напряжения и блок мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка».

6. Кнопкой **D** «Установка напряжения 0 ... +15 В» увеличить напряжение на одно деление светового индикатора. Касаясь электродов зондом, по вольтметру определить какой из них имеет нулевой потенциал. Обозначить на чертеже этот электрод знаком \mathcal{P}_1 «-», а второй электрод знаком $\mathcal{P}_2 \ll + \gg$.

Задание 1. Исследование модели поля с двумя круглыми симметричными электродами

1.1. Касаясь зондом электрода \mathcal{P}_2 , кнопками «Установка напряжения 0 ... +15 В» установить по вольтметру напряжение $U = (\mathbf{5} - \mathbf{10})$ В.

1.2. Располагая зонд строго перпендикулярно плоскости пластины, найти около электрода \mathcal{P}_1 точку с координатами «-10 см» по горизонтали и «0 см» по вертикали и измерить её потенциал j_1 .

1.3. Перемещая зонд вокруг электрода \mathcal{P}_1 , найти координаты не менее 8 точек с потенциалом j_1 . Удобнее сначала найти точки, лежащие на осях симметрии электрода: горизонтальной – справа и слева, вертикальной – сверху и снизу. Остальные точки распределить вокруг электрода равномерно. Перенести найденные координаты на чертеж и соединить их плавной замкнутой кривой. На полученной таким образом *1-ой* эквипотенциальной линии указать значение её потенциала j_1 .

1.4. Около электрода \mathcal{P}_2 , найти точку с координатами: «+10 см» по горизонтали и «0 см» по вертикали и измерить её потенциал j_N .

1.5. Следуя п. 1.3, построить *N-ю* эквипотенциальную линию.

Внимание! Число линий *N* (не менее 5) *задается преподавателем*.

1.6. Для построения остальных (*N* – **2**) эквипотенциальных линий рассчитать шаг изменения потенциала зонда по формуле

$$Dj = \frac{(j_N - j_1)}{(N - 1)}.$$

1.7. Задавая последовательно потенциалы зонда по формуле

$$\mathbf{j}_{i} = \mathbf{j}_{1} + \mathbf{D}\mathbf{j}$$
 (*i* - 1), где $i = 2, 3, ..., N$

для каждого значения j_i найти координаты не менее 8 точек. Удобнее сначала найти точки, лежащие на горизонтальной оси симметрии поля и *вблизи его верхней и нижней границ*. Остальные точки распределить равномерно по ширине всего поля. Перенесённые на чертеж координаты точек соединить *плавной* линией и указать значение её потенциала.

1.8. Нажать кнопку «Исходная установка» и кнопками «СЕТЬ» *выключить* питание генераторов напряжения и мультиметров.

1.9. Начертить не менее пяти силовых линий поля, при этом необходимо помнить, что в точках пересечения эквипотенциальные и силовые линии взаимно перпендикулярны. С границами электродов силовые линии пересекаются так же под прямым углом. Проводить силовые линии следует плавными кривыми без резких перегибов с указанием их направления.

14

Задание 2. Исследование модели поля с несимметричными электродами в виде узкой прямоугольной и круглой пластин

2.1. Касаясь зондом круглого электрода \mathcal{P}_2 , кнопками «Установка напряжения «0 ... +15 В» установить напряжение U = (5 - 10) В.

2.2. Вблизи электрода \mathcal{P}_2 найти точку с координатами «+10 см» по горизонтали и «-1 см» по вертикали и измерить её потенциал j_1 .

2.3. Перемещая зонд вокруг электрода \mathcal{P}_2 , найти координаты не менее 8 точек с потенциалом j_1 . Удобнее сначала найти точки, лежащие на осях симметрии электрода: горизонтальной – справа и слева, вертикальной – сверху и снизу. Остальные точки распределить вокруг электрода равномерно. Перенести найденные координаты на чертеж и соединить их плавной замкнутой кривой. На полученной таким образом $1-\tilde{u}$ эквипотенциальной линии указать значение её потенциала j_1 .

2.4. По формуле

$$\mathsf{D}\mathsf{j} = \mathsf{j}_1 / N \,,$$

где *N* – число эквипотенциальных линий (*задается преподавателем*), найти шаг изменения потенциала зонда для построения (*N* – 1) линий.

2.5. Задавая последовательно рассчитанные по формуле

 $\mathbf{j}_{i} = \mathbf{j}_{1} - \mathbf{D}\mathbf{j}$ (*i* - 1), где i = 2, 3, ..., N

потенциалы зонда, найти для каждого значения j_i координаты не менее 8 точек. Удобнее сначала найти точки, лежащие на горизонтальной оси симметрии поля и вблизи его верхней и нижней границ. Остальные точки распределить равномерно по ширине всего поля. Перенесённые на чертеж координаты точек соединить *плавной* линией и указать её потенциал.

2.6. Нажать кнопку «Исходная установка» и кнопками «СЕТЬ» *выключить* питание генераторов напряжения и мультиметров.

2.7. Начертить *не менее пяти* силовых линий поля, причем в точках пересечения эквипотенциальные и силовые линии должны быть взаимно перпендикулярны. С границами электродов силовые линии пересекаются так же под прямым углом. Проводить силовые линии следует плавными кривыми без резких перегибов с указанием их направления.

Задание 3. Исследование модели поля с несимметричными электродами в виде узкого кольца и расположенной внутри его, круглой пластины

3.1. Касаясь зондом круглого электрода $\mathbf{9}_2$, кнопками «Установка напряжения «0... +15 В», установить по вольтметру заданное преподавателем напряжение U между электродами.

3.2. По формуле

Dj =
$$U/(N+1)$$

рассчитать шаг изменения потенциала зонда Dj для построения N эквипотенциальных линий. Число линий *указывается преподавателем*.

3.3. Задавая последовательно рассчитанные по формуле

 $\mathbf{j}_i = U - i(\mathbf{D}\mathbf{j}),$ где $i = 1, 2, 3, \dots N$

потенциалы зонда, построить для каждого j_i эквипотенциальную линию. Для этого, перемещая зонд вокруг электрода \mathcal{P}_2 , найти координаты не менее 8 точек с данным потенциалом. Удобнее сначала найти точки, лежащие на осях симметрии электрода: горизонтальной – справа и слева, вертикальной – сверху и снизу. Остальные точки распределить вокруг электрода равномерно. Перенести найденные координаты на чертеж и соединить их плавной замкнутой кривой. Указать значение её потенциала.

3.4. Нажать кнопку «Исходная установка» и кнопками «СЕТЬ» *выключить* питание генераторов напряжения и мультиметров.

3.5. Начертить *не менее пяти* силовых линий поля, причем в точках пересечения эквипотенциальные и силовые линии должны быть взаимно перпендикулярны. С границами электродов силовые линии пересекаются так же под прямым углом. Проводить силовые линии следует плавными кривыми без резких перегибов с указанием их направления.

Задание 4. Исследование модели поля с симметричными электродами в виде двух узких параллельных пластин

4.1. Касаясь зондом электрода \mathcal{P}_2 , кнопками «Установка напряжения «0 ... +15 В», установить заданное преподавателем напряжение U.

4.2. Рассчитать по формуле

$$Dj = U/(N+1)$$

шаг изменения потенциала зонда Dj для построения на картине поля N эквипотенциальных линий. Число линий N указывается преподавателем.

4.3. Задавая последовательно рассчитанные по формуле

$$j_i = i(Dj),$$
где $i = 1, 2, 3, ... N$

потенциалы зонда, построить для каждого j_i эквипотенциальную линию. Для этого, перемещая зонд около электрода \mathcal{P}_1 , найти координаты не менее 8 точек с данным потенциалом. Удобнее сначала найти точки, лежащие на горизонтальной оси симметрии поля и вблизи его верхней и нижней границ. Остальные точки распределить равномерно по ширине всего поля. Перенести найденные координаты на чертеж и соединить их плавной кривой. Указать значение её потенциала.

4.4. Нажать кнопку «Исходная установка» и кнопками «СЕТЬ» *выключить* питание генераторов напряжения и мультиметров.

4.5. Начертить *не менее пяти* силовых линий поля, причем в точках пересечения эквипотенциальные и силовые линии должны быть взаимно перпендикулярны. С границами электродов силовые линии пересекаются так же под прямым углом. Проводить силовые линии следует плавными кривыми без резких перегибов с указанием их направления.

7. По результатам измерений должно быть построено графическое изображение модели электростатического поля. На эквипотенциальных

линиях указывается потенциал, на силовых линиях – направление. На участке моделируемого поля, где *линии напряжённости параллельны вектору напряжённости*, выбрать две соседние эквипотенциальные линии с разностью потенциалов Dj. Измерить расстояние Dn между ними по силовой линии. По формуле

$$E = Dj / Dn$$

рассчитать модуль вектора напряженности электростатического поля в точке, лежащей на линии Dn и указать его направление.

8. Оценить погрешности измерений.

8.1 *Систематическая относительная* погрешность при косвенном однократном измерении напряженности электростатического поля находится по формуле:

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{q} E}{E} = 1, 1 \sqrt{\mathbf{g} \frac{\mathbf{a} \mathbf{g}(\mathbf{D} \mathbf{j})}{\mathbf{c} \mathbf{p}} \frac{\mathbf{o}^2}{\mathbf{p} \mathbf{j}} + \mathbf{g} \frac{\mathbf{a} \mathbf{g}(\mathbf{D} n)}{\mathbf{p} \mathbf{p}} \frac{\mathbf{o}^2}{\mathbf{p} \mathbf{j}}},$$

где $\frac{q(Dj)}{Dj} = \frac{q(U)}{U}$, $\frac{q(Dn)}{Dn}$ – относительные погрешности прямого

измерения разности потенциалов Dj и расстояния Dn (см. табл. 1.1).

Систематическая абсолютная находится из её связи с относительной

$$\mathbf{q}E = \mathbf{g}\% \times E \frac{1}{100\%} \,.$$

9. Оформить отчёт о выполнении работы в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание. К отчёту прилагается графическое изображение модели электростатического поля.

Контрольные вопросы

1. Что понимается под электростатическим полем?

2. Какими величинами характеризуется электростатическое поле в каждой своей точке?

3. Как графически можно представить электростатическое поле?

4. Дайте определение эквипотенциальной линии?

5. Почему силовые линии всегда перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям в точках их пересечения?

6. Какое электростатическое поле будет являться однородным?

7. Какая связь существует между напряженностью и разностью потенциалов в каждой точке электростатического поля?

8. В чем смысл физического моделирования электростатического поля?

9. Какое назначение имеет мультиметр в электрической цепи?

Лабораторная работа Э-2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОЁМКОСТИ КОНДЕНСАТОРА С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАТОРА ТОКА

Цель работы: ознакомление с одним из методов измерения электрической емкости отдельного конденсатора, соединений конденсаторов, оценка погрешности измерений.

Система проводников (обкладок), разделенных диэлектриком, обладающая большой электроёмкостью при относительно небольших размерах, называется *конденсатором*. Электроёмкость конденсатора определяется по формуле

$$C = \frac{Q}{(j_{2} - j_{1})} = \frac{Q}{U}, \qquad (2.1)$$

где Q – заряд одной из обкладок, (j ₂ - j ₁) = U – разность потенциалов, которая в данном случае совпадает с напряжением между обкладками [2–4].

Конденсаторы широко применяются в электро- и радиотехнических цепях. Для расширения диапазона электроёмкости и рабочего напряжения применяют соединения конденсаторов в батареи. Электроёмкость параллельного соединения находят как сумму электроёмкостей всех конденсаторов

$$C^{napan} = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$
(2.2)

Ёмкость последовательного соединения конденсаторов находится из формулы

$$\frac{1}{C^{nocn}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}.$$
(2.3)

Описание метода измерения

Из формулы (2.1) видно, что для определения ёмкости конденсатора необходимо знать его заряд и напряжение. Напряжение измеряют непосредственно вольтметром. Заряд же измеряют косвенным методом. Для этого предварительно заряженный конденсатор разряжают через особое устройство – интегратор тока. Этот прибор преобразует протекший во входной цепи заряд Q, в напряжение на его выходе U^{uhm}

$$Q = b \mathcal{X}^{u \mu m} \tag{2.4}$$

здесь *b* – постоянная интегратора. Из равенств (2.1) и (2.4) следует расчётная формула для измеряемой ёмкости

$$C = b \frac{U^{u \mu m}}{U}.$$
 (2.5)

Для определения постоянной b через интегратор разряжают конденсатор с известной ёмкостью C_0 и по формуле (2.5) находят её значение

$$b = C_0 \frac{U_0}{U_0^{u \mu m}}.$$
(2.6)

Описание установки

Оборудование: источник постоянного регулируемого напряжения, два вольтметра, миниблоки «Ключ», «Интегратор тока», «Конденсатор C_0 », «Конденсатор C_x », соединительные провода.

На рис. 2.1 представлена электрическая схема установки.



Рис. 2.1. Электрическая схема 1 – источник постоянного регулируемого напряжения «0 ... +15 В», 2 – тумблер переключения, 3 – миниблок «Ключ», 4 – исследуемый конденсатор, 5 – демпферный ключ, 6 – интегратор тока, 7 – миниблок «Интегра-

тор тока», 8, 9 – вольтметры

Миниблок «Интегратор тока» (рис. 2.2) предназначен для измерения заряда, протекающего в цепи и преобразования его в напряжение. Питание интегратора осуществляется от источника стабилизированного нерегулируемого постоянного напряжения. В случае, если накопленный заряд превышает допустимый уровень, загорается индикатор 1 «Перегрузка». В этом случае тумблер 4 надо перевести в положение «Сброс».



Рис. 2.2. Передняя панель миниблока «Интегратор тока»: А – вход, 1 – индикатор перегрузки, 2 – питание интегратора «+15 В», 3 – интегратор, С – выход на измерительный прибор (мультиметр), В – вход «земля», 4 – демпферный ключ, 5 – питание интегратора «-15 В»

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить таблицу 2.1.

2. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, приведённой на рис. 2.3.

3. Переключатель рода работ мультиметров 8 и 9 перевести в положение « $U_{\text{---}}$ » и установить предел измерения «20 В».

Внимание! На вход «СОМ» мультиметров 8 и 9 подключается провод «–» (или «^»), на вход «VW» – провод с положительным напряжением «+».

Таблица 2.1

No	Наименование	Предел допускаемой <i>относительной</i> погрешности <i>ү</i>	Абсолютная систематическая		
• .=	приоора	(в % от измеренного значения)	погрешность в		
1	Вольтметр	$g_{\rm V} = \frac{qU}{U} = 0,5\%$	$qU = U \frac{0,5\%}{100\%} =$	B.	
2	Фарадометр	$g_{\rm C} = \frac{qC}{C} = 4\%$	$qC = C \frac{4\%}{100\%} =$	мкФ	





Рис. 2.3. Монтажная схема установки

4. Начертить таблицу 2.2 и записать в неё значение электроемкости конденсатора C_0 .

5. Кнопками «СЕТЬ» включить блоки питания генераторов напряжения и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка».

Задание 1. Измерения для вычисления градуировочной постоянной *b*

1. Зарядить конденсатор Со, для этого:

1.1. тумблер миниблока «Интегратор» установить в положение «Сброс»;

1.2. тумблер миниблока «Ключ» установить вверх;

1.3. кнопкой **D** «Установка напряжения 0 ... +15 В» установить по вольтметру 9 напряжение U_0 .

Рекомендация: если $C_0 = 1,0$ мкФ, то следует установить напряжение U_0 в пределах от 1,0 до 2,0 В; если $C_0 = 0,22$ мкФ, то в пределах от 2,0 до 6,0 В; если $C_0 = 0,1$ мкФ, то в пределах от 5,0 до 10,0 В.

1.4. Записать значение U_0 в табл. 2.2.

Внимание! Если при работе загорается индикатор перегрузки у интегратора тока, его тумблер необходимо быстро перевести в положение «Сброс» и уменьшить напряжение зарядки U_0 .

2. *Разрядить* конденсатор C_0 через интегратор тока, для этого:

2.1. тумблер миниблока «Интегратор» перевести в верхнее положение;

2.2. тумблер миниблока «Ключ» перевести в нижнее положение. Выждав не *более одной секунды*, измерить по вольтметру 8 напряжение U_0^{uhm} и записать его в табл. 2.2

Таблица 2.2

Электроёмкости		$C_0 =$		МК	Φ			
показ	зания	вольтметра U	9 при зар	яде конде	енсаторов	и их соед	цинений	
$U_0 = B \qquad U_x =$		B $U_{napan} = B$				U _{посл} =	В	
показ	ания	вольтметра V	8 при разј	ряде конд	енсаторо	в и их сое	динений	
$(N_{\underline{0}})_{i}$		U_0^{uhm} , B	U_x^{uh}	^{<i>m</i>} , B	U ^{uhr} nap	a_{Dan}^{n} , B	U ^{инт} посл	, B
1								
2								
3								
4								
5								
Сумма								
Среднее								

Результаты измерений

2.3. тумблер миниблока «Интегратор» перевести в положение «Сброс»;

2.4. тумблер миниблока «Ключ» перевести верхнее положение.

3. Провести измерение величины U_0^{uhm} не менее 5 раз при одном и том же зарядном напряжении U_0 Значения величин U_0^{uhm} записать в табл. 2.2.

4. Нажать кнопку «Исходная установка».

Задание 2. Измерения для вычисления неизвестной электроёмкости конденсатора

2.1. Заменить конденсатор с известной емкостью C_0 конденсатором с неизвестной ёмкостью C_r .

2.2. Кнопкой **D** «Установка напряжения 0 ... +15 В» установить по вольтметру 9 напряжение зарядки U_x в пределах от 1,0 до 3,0 В.

2.3. Следуя пунктам 1 и 2 **Задания 1**, провести измерение величины U_x^{uhm} не менее 5 раз при одном и том же зарядном напряжении U_x Значения измеренных величин U_x и U_x^{uhm} записать в табл. 2.2.

2.4. Нажать кнопку «Исходная установка».

Задание 3. Измерения для вычисления электроёмкости батареи параллельно соединённых конденсаторов

3.1. Соединить конденсаторы C_0 и C_x *параллельно* (рис. 2.4).



Рис. 2.4. Параллельное соединение конденсаторов

3.2. Кнопкой **D** «Установка напряжения 0 ... +15 В» установить по вольтметру 9 напряжение зарядки U_{napan} в пределах от 0,5 до 1,5 В.

3.3. Следуя пунктам 1 и 2 **Задания 1**, провести измерение величины U_{napan}^{uhm} не менее 5 раз при одном и том же зарядном напряжении U_{napan} .

Значения измеренных величин $U_{парал}$ и $U_{парал}^{uhm}$ записать в табл. 2.2.

3.4. Нажать кнопку «Исходная установка».

Задание 4. Измерения для вычисления электроёмкости батареи последовательно соединённых конденсаторов 4.1. Соединить конденсаторы C_0 и C_x последовательно (рис. 2.5).



Рис. 2.5. Последовательное соединение конденсаторов

4.2. Кнопкой **D** «Установка напряжения 0 ... +15 В» установить по вольтметру 9 напряжение зарядки U_{nocn} в пределах от 4,0 до 6,0 В.

4.3. Следуя пунктам 1 и 2 **Задания 1**, провести измерение величины U_{nocn}^{uhm} не менее 5 раз при одном и том же зарядном напряжении U_{nocn} . Значения измеренных величин U_{nocn} и U_{nocn}^{uhm} записать в табл. 2.2.

4.4. Нажать кнопку «Исходная установка» и левой кнопкой «Сеть» выключить питание генераторов напряжения.

Задание 5. Измерение неизвестной электроемкости конденсатора с помощью фарадометра

5.1. Вращающийся переключатель режимов работы одного из мультиметров перевести в положение C_x и установить предел измерения электроемкости 2mF. Конденсатор с неизвестной ёмкостью C_x с помощью зажимов типа «крокодил» подключить к разъему « C_x » на панели мультиметра. Результат измерения записать в табл. 2.2.

5.2. Правой кнопкой «СЕТЬ» выключить питание мультиметров.

Обработка результатов измерений

Используя результаты измерений, записанных в табл. 2.2, рассчитать: 1. постоянную интегратора (измеряется в *мкКл/В*)

$$b = C_{\rm o} \frac{U_{\rm o}}{\dot{a} U_{\rm o}^{\rm uhm} \tilde{n}},$$

2. среднюю ёмкость неизвестного конденсатора (измеряется в $M \kappa \Phi$)

$$\acute{a}C_x \widetilde{n} = b \frac{\acute{a}U_x^{u \mu m} \widetilde{n}}{U_x},$$

3. ёмкость батареи конденсаторов, соединенных параллельно

$$\mathbf{\acute{a}}C_{napan}^{\mathfrak{s}\kappa cn}\mathbf{\widetilde{n}} = b\frac{\mathbf{\acute{a}}U_{napan}^{uhm}\mathbf{\widetilde{n}}}{U_{napan}}, \ C_{napan}^{meop} = C_{o} + \mathbf{\acute{a}}C_{x}\mathbf{\widetilde{n}},$$

4. ёмкость батареи конденсаторов, соединенных последовательно

$$\mathbf{\acute{a}}C_{nocn}^{3\kappa cn}\mathbf{\widetilde{n}} = b\frac{\mathbf{\acute{a}}U_{nocn}^{u\mu m}\mathbf{\widetilde{n}}}{U_{nocn}}, \ C_{nocn}^{meop} = \frac{C_{0}\mathbf{\acute{a}}C_{x}\mathbf{\widetilde{n}}}{C_{0} + \mathbf{\acute{a}}C_{x}\mathbf{\widetilde{n}}}$$

5. Оценить погрешности измерений:

5.1. Систематическая относительная погрешность при косвенном многократном измерении неизвестной ёмкости находится как

$$g = \frac{qC_x}{\acute{a}C_x}\tilde{n} = 1, 1\sqrt{\underset{e}{\overset{a}e}C_o\overset{o}{\overset{o}{\sigma}}^2 + \underset{e}{\overset{a}e}\frac{a}{U_o\overset{o}{\overset{o}{\sigma}}^2} + \underset{e}{\overset{a}e}\frac{a}{U_o\overset{u+m}{\overset{o}{\sigma}}} + \underset{e}{\overset{a}e}\frac{a}{U_o\overset{u+m}{\overset{o}{\sigma}}} + \underset{e}{\overset{a}e}\frac{a}{U_x}\frac{U_x}{\overset{o}{\sigma}}^2 + \underset{e}{\overset{a}e}\frac{a}{U_x}\frac{U_x}{\overset{u+m}{\sigma}} + \underset{e}{\overset{u+m}{\sigma}}\frac{U_x}{\overset{u+m}{\sigma}} + \underset{e}{\overset{u+m}{\sigma}}\frac{U_x}{\overset{u$$

где $\begin{array}{c} \widetilde{c}_{0} & \widetilde{c}_{0} \\ \widetilde{c}_{0} & \widetilde{c}_{0} \\ \widetilde{c} & \widetilde{c}_{0} \end{array}$ – систематическая относительная погрешность, указанная на

конденсаторе с известной электроёмкостью, $\frac{qU_o}{U_o} = \frac{qU_x}{U_x} = \frac{qU_o^{uhm}}{dU_o^{uhm}} =$

 $=\frac{\mathsf{q}U_x^{u \mu m}}{\mathit{a}U_x^{u \mu m}}$ n = $\frac{\mathsf{q}U}{U}$ – систематическая относительная погрешность при пря-

мых измерениях напряжения (приведена в процентах в табл. 2.1);

Систематическая абсолютная погрешность находится из её связи с относительной

$$qC_x = g\% \times aC_x \tilde{n} \times \frac{1}{100\%}$$

5.2. Случайная относительная погрешность при косвенном многократном измерении неизвестной ёмкости находится по формуле

$$\mathbf{e} = \frac{\mathrm{d} C_x}{\mathrm{d} C_x \tilde{\mathbf{n}}} \times 100\% = \sqrt{\frac{\mathrm{ad} U_o^{uhm}}{\mathrm{g}} \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d} U_o^{uhm}} \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{n}^2}} + \frac{\mathrm{ad} U_x^{uhm}}{\mathrm{g}} \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d} U_x^{uhm}} \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{n}^2},$$

здесь под корнем в числителях стоят доверительные границы случайных абсолютных погрешностей прямых многократных измерений напряжений. Они находятся по формулам

$$d U_{o}^{uhm} = t_{p,N} \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \bigotimes_{i=1}^{N} \left(\emph{U}_{o}^{uhm} \, \widetilde{n} - \, U_{o\,i}^{uhm} \right)^{2}} ,$$

$$d U_{x}^{uhm} = t_{p,N} \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \bigotimes_{i=1}^{N} \left(\emph{U}_{x}^{uhm} \, \widetilde{n} - \, U_{x\,i}^{uhm} \right)^{2}} ,$$

где $t_{p,N} = 2,8$ – коэффициент Стьюдента, N – число измерений, p – доверительная вероятность, U_i – результат i –го измерения, $\mathcal{U}\tilde{n}$ – среднее значение результатов N измерений. В этих формулах величины $\mathcal{U}_{o}^{uhm}\tilde{n}$, $U_{o,i}^{uhm}$, $\mathcal{U}_{x,i}^{uhm}\tilde{n}$, $U_{x,i}^{uhm}$ берутся из табл. 2.2.

Случайная абсолютная погрешность находится из её связи с относительной

$$\mathrm{d}C_x = \mathrm{e}\% \, \mathrm{\acute{a}}C_x \, \mathrm{\tilde{n}} \frac{1}{100\%} \, .$$

5.3. После определения систематической погрешности и доверительной границы случайной погрешности оценивают доверительные границы суммарной погрешности:

абсолютная –

$$\mathsf{D}C = \sqrt{\mathsf{q}C_x^2 + \mathsf{d}C_x^2};$$

относительная –

$$E = \frac{\mathsf{D}C}{\mathbf{\acute{a}}C_x \widetilde{\mathsf{n}}} \rtimes 00\% \, .$$

6. Оформить отчет о выполнении работы в соответствии с прилагаемым образцом.

Контрольные вопросы

1. Дайте определения электроёмкости проводника и конденсатора.

2. От каких величин зависит электроёмкость проводника и конденсатора?

3. Как изменится электроёмкость конденсатора при изменении проницаемости диэлектрика или расстояния между обкладками в случае:

а) конденсатор отключен от источника напряжения,

б) без отключения?

4. Запишите формулы для расчета электроёмкости при последовательном и параллельном соединениях конденсаторов. Как изменяется электроёмкость в соединениях по сравнению с электроёмкостью одного конденсатора?

5. Сравните заряд и напряжение на одном конденсаторе и батареи конденсаторов соединенных:

а) последовательно,

б) параллельно.

6. Какую величину измеряют интегратором тока? От чего зависят показания мультиметра?

7. Какой смысл имеет постоянная измерительной установки b?

8. Какие формулы используют для определения величин b, $\acute{a}C_r \tilde{n}$,

 $\acute{a}C^{^{3\kappa cn}}_{napan}$ ñ, $\acute{a}C^{meop}_{napan}$ ñ, $\acute{a}C^{^{3\kappa cn}}_{nocn}$ ñ, $\acute{a}C^{meop}_{nocn}$ ñ?

Лабораторная работа Э-3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОВОДНИКА

Цель работы: освоить приборы и методы измерения сопротивления проводников, определить удельное сопротивление проводника.

Согласно классической электронной теории, движение в проводниках свободных электрических зарядов, участвующих в электрическом токе, не проходит беспрепятственно. Так, например, в металлических проводниках электроны проводимости, сталкиваясь с ионами кристаллической решетки, теряют скорость упорядоченного движения. В результате кинетическая энергия электронов переходит в энергию беспорядочного колебания ионов, то есть во внутреннюю энергию проводника. Затем электроны вновь разгоняются электрическим полем, сталкиваются с узлами решетки, тормозятся и т.д. В результате таких столкновений в проводнике возникает сила, тормозящая движение носителей зарядов.

Величина, характеризующая свойство проводника затруднять прохождение электрического тока, называется электрическим сопротивлением.

Для постоянного тока (напряжения) электрическое сопротивление проводника R, согласно закону Ома, равно отношению напряжения U на его концах к силе тока I

$$I = \frac{U}{R}.$$
(3.1)

В этом случае электрическое сопротивление называют *омическим* или *активным*. Это сопротивление зависит от материала проводника, его размеров и формы. Для однородного по составу линейного проводника с поперечным сечением *S* и длиной *l*

$$R = r \frac{l}{S}, \qquad (3.2)$$

где г – коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника. Называется этот коэффициент *удельным электрическим сопротивлением* и численно равен сопротивлению однородного цилиндрического проводника, изготовленного из данного материала, имеющего единичную длину и единичную площадь поперечного сечения. Из формулы (3.2) следует

$$\mathbf{r} = R \frac{S}{l},\tag{3.3}$$

то есть, чтобы определить удельное сопротивление однородного по химическому составу проводника, имеющего постоянную площадь поперечного сечения, необходимо измерить его сопротивление постоянному току и геометрические параметры.

Методы измерений сопротивления проводника

В работе реализуют три метода измерения сопротивления проводника:

- 1) технический метод по измеренным значениям тока и напряжения;
- 2) мостовой метод;

3) с использованием омметра.

1. Технический метод осуществляют по схеме, приведённой на рис. 3.1.



Рис. 3.1. Электрическая схема: 1 – регулируемый источник постоянного напряжения (0...+15 В), 2 – вольтметр, 3 – амперметр, 4 –резистор *R*

При этом измеряют ток I через резистор и падение напряжения на нём U. Это позволяет рассчитать неизвестное сопротивление резистора R:

$$R = \frac{U}{I}.$$
 (3.4)

2. Метод измерений *с* помощью моста постоянного тока. Измерительные мосты – это *высокоточные* приборы, предназначенные для измерения электрических сопротивлений, ёмкостей, индуктивностей и других параметров методом уравновешенных мостовых цепей. На рис. 3.2 приведена схема простейшего моста (*мостик Уитстона*), который используется для измерения сопротивлений.



моста Уитстона: 1 – магазин сопротивлений *R*_M, 2 – измеряе-

Рис. 3.2. Электрическая схема простейшего

мое сопротивление *R*, 3 – амперметр, 4, 5, 6 – набор сопротивлений, 7 – источник постоянного напряжения

Подбирая значение сопротивления магазина $R_{\rm M}$, добиваются равенства потенциалов точек *а* и *б*, при этом ток $I_{\rm A}$, текущий через амперметр, обращается в нуль. В таком уравновешенном состоянии моста выполняются

равенства:

$$I_{\rm M}R_{\rm M} = I_1R_1; \ IR = I_2R_2; \ I_{\rm M} = I; I_1 = I_2$$

Из этих соотношений следует расчётная формула

$$R = R_{\rm M} \frac{R_2}{R_1}.$$
(3.5)

Резистор R_0 в схеме служит для ограничения тока, текущего через мост.

3. Использование *омметра* является наиболее простым методом: достаточно подключить измеряемый резистор к входам омметра и считать показания прибора. В основе работы омметров обычно лежит приближённый технический метод: шкалу прибора градуируют с использованием формулы (3.4) при фиксированном напряжении *U* батареи питания. Этот метод применяют, когда не нужна высокая точность измерений.

Описание установки

Оборудование: миниблок «Сопротивление проводника» (рис. 3.3), источник постоянного напряжения, мультиметры, магазин сопротивлений, миниблоки «Резистор», соединительные провода.

Миниблок «Сопротивление проводника» предназначен для определения удельного сопротивления проводника. На блоке указаны длина и диаметр проводника.



Рис. 3.3. Передняя панель миниблока «Сопротивление проводника»: А, В – выводы проводника

В миниблоке размещается проволочный проводник в виде спирали, намотанной в один слой на тороидальный изолятор. В нём имеется подвижный контакт, помощью которого можно регулировать сопротивление. На панели миниблока нанесена шкала для определения длины проводника L и

указан диаметр его поперечного сечения d.



Рис. 3.4. Передняя панель миниблока «Резистор»

Магазин сопротивлений — это переменный резистор. С помощью декад магазина можно установить сопротивление от 00000,0 до 99999,9 Ом. Каждая из шести декад соответствует определённому разряду числа.

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить таблицу 3.1.

2. Переключатель рода работ мультиметра 2 (рис. 3.1) перевести в положение «V...» и установить предел измерения «20 В», мультиметра 3 – в положение «A...» и установить предел измерения «200 m».

3. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, приведённой на рис. 3.5. *Внимание!* На общий вход **СОМ** мультиметров 2 и 3 подаётся

отрицательное напряжение (провод «-» или «**^**»), на входы VW и mA – положительное напряжение (провод «+»).

Таблица 3.1

N⁰	Наименование	Предел допускаемой <i>относительной</i> погрешности g	Абсолютная систематическая		
	приоора	(в % от измеренного значения)	погрешность q		
1	Вольтметр	$g_{\rm V} = \frac{qU}{U} = 0,5\%$	$qU = U \frac{0,5\%}{100\%} = B$		
2	Амперметр	$g_{\rm A} = \frac{qI}{I} = 1,5\%$	$qI = I \frac{1,5\%}{100\%} = A$		
3	Омметр	$g_{\Omega} = \frac{qR}{R} = 0.8\%$	$qR = R \frac{0,8\%}{100\%} = $ OM		
4	Магазин сопротивлений	$g_{\rm M} = \frac{qR_{\rm M}}{R_{\rm M}} = 0,2\%$	$qR_{_{\rm M}} = R_{_{\rm M}} \frac{0,2\%}{100\%} = $ OM		
5	Сопротивления <i>R</i> ₁ , <i>R</i> ₂	$g_{R} = \frac{qR}{R} = 0,2\%$	$qR = R \frac{0,2\%}{100\%} = $ OM		

Средства измерений и их характеристики



Рис. 3.5. Монтажная схема:

2 - вольтметр, 3 - амперметр, 4 - миниблок «Сопротивление проводника»

4. Начертить таблицу 3.2 и записать в нее геометрические параметры проводника *l*, *d* и *S*.

Таблица 3.2

	l =	м,	d =	MM,		$S = (pd^2/4)$) =	MN	M ²
Технический метод				Мостовой	метод	Метод с	мметра		
$\mathbb{N}_{2}(i)$	<i>I</i> , мА		<i>U</i> , B	<i>R</i> , Ом		Сопр., вхо	одящие в		
1						мост Уи	птстона		
2						$R_1 = 10$	0 Ом,		
3						$R_2 = 1$	0 Ом,		
4						Сопр. м	агазина		
5						$R_{\scriptscriptstyle \mathrm{M}} =$	Ом	Сопроти	ивление
Среднее соп		тивле	ние пров	одника		Сопр. про	водника	прово	дника
á <i>R</i> ñ =				Ом		R =	Ом	R =	Ом
Погр	ешности	$\Delta R =$		Ом,	,	qR =	Ом,	qR =	Ом,
ИЗМ	ерений	$E_{\mathbf{R}} =$		%		$g_R =$	%	$g_R =$	%

Геометрические параметры проводника, результаты измерений и вычислений

1. Технический метод измерения сопротивления

1.1. Кнопками «СЕТЬ» включить питание блоков генераторов напряжений и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка».

1.2. Кнопкой **D** «Установка напряжения 0 ... +15 В» на регулируемом источнике постоянного напряжения по мультиметру 3 установить ток *I* в цепи ($10\pm0,5$) мА. По мультиметру 2 определить напряжение *U*. Значение тока и напряжения записать в табл. 3.2 (столбец 1).

1.3. Увеличивая последовательно ток на величину (10±0,5) мА, провести ещё не менее четырёх измерений напряжений. Результаты записать в табл. 3.2 (столбец 1).

1.4. Нажать кнопку «Исходная установка» и левой кнопкой «СЕТЬ» *выключить* питание генераторов напряжений.

2. Измерение мостом Уитстона

2.1. Собрать монтажную схему (рис. 3.6).

2.2. Установить предел измерения амперметра «200 m». Ручки переключателей всех декад магазина сопротивлений перевести в положение «0».

2.3. Кнопкой «СЕТЬ» включить питание блока генераторов напряжений. Нажать кнопку «Исходная установка».

2.4. Оставляя первые две декады магазина «- 10000 W» и «- 1000 W»в *нулевом* положении, подобрать такое сопротивление магазина $R_{\rm M}$, чтобы показание амперметра было равно нулю.

2.4.1. Вращая ручку переключателя декады «- '100 W» увеличивать сопротивление магазина до тех пор, пока ток, текущий по амперметру, не изменит свое направление на противоположное (на дисплее появится знак «-»). После чего ручку переключателя декады следует перевести на одно деление назад.

2.4.2. Установить предел измерения амперметра «**20 m**» и повторить пункт 2.4.1 для декады «- 10 W».

2.4.3. Установить предел измерения амперметра «2 **m**». Ручками переключателей декад «- 1 W» и «- 0,1 W» последовательно увеличивать сопротивление магазина до тех пор, пока ток, текущий через мультиметр, не меняя знака, уменьшится до нуля.

2.4.4. Найти сопротивление магазина $R_{\rm M}$ как сумму сопротивлений отдельных декад. Результат записать в табл. 3.2 (столбец 2).

2.5. Кнопками «СЕТЬ» *выключить* питание генераторов напряжения и мультиметров. Разобрать электрическую цепь. Миниблок «Сопротивление проводника» оставить на наборном поле в прежнем положении.



Рис. 3.6. Монтажная схема:

1- магазин сопротивлений, 2- миниблок «Сопротивление проводника», 4- резистор $R_1=100$ Ом, 5- резистор $R_2=10$ Ом, 6- резистор $R_0=470$ Ом

3. Измерение сопротивления омметром

3.1. Переключатель рода работ одного из мультиметров перевести в положение «**W**»и установить предел измерения «**200**». Соединить проводником клемму «COM» мультиметра с выходом **A** на миниблоке (рис. 3.6). Другим проводником соединить клемму «VW» мультиметра с выходом **В** на миниблоке «Сопротивление проводника».

3.2. Включить мультиметр. Показания прибора записать в табл. 3.2 (столбец 3).

Обработка результатов измерений

1. По данным табл. 3.2 и формуле (3.4) рассчитать сопротивление проводника R, измеренное пять раз техническим методом. Найти его среднее значение áRñ.

2. Вычислить по формуле (3.5) сопротивление проводника *R*, измеренное с помощью моста.

3. Результаты расчетов записать в табл.3.2.

4. Оценить погрешности измерения сопротивления проводника по каждому методу измерения.

Технический метод

По способу получения результатов измерения сопротивлений данным методом они являются косвенными: измеряемая величина *R* связана с величинами *U* и *I*, получаемыми путём прямых измерений, простой зависимостью (3.4).

4.1 *Систематическая относительная* погрешность косвенных измерений сопротивления находится как

$$\mathbf{g}_{R} = \frac{\mathbf{q}R}{R} = 1, 1 \sqrt{\frac{\mathbf{a}\mathbf{g}\mathbf{q}U}{\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{U}}} \frac{\mathbf{\ddot{o}}^{2}}{\mathbf{\dot{o}}} + \frac{\mathbf{a}\mathbf{g}\mathbf{q}I}{\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{U}} \frac{\mathbf{\ddot{o}}^{2}}{\mathbf{\dot{o}}},$$

где $\frac{qU}{U}$, $\frac{qI}{I}$ – систематические относительные погрешности прямых изме-

рений напряжения и тока. Значения этих величин приведены в табл. 3.1.

Систематическая абсолютная погрешность находится из её связи с относительной

$$\mathbf{q}R = \frac{\mathbf{g}_R \times \mathbf{R}}{100\%}.$$

4.2. Доверительная граница *случайной абсолютной* погрешности прямых многократных измерений

$$dR = t_{P,N} \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \mathop{\texttt{a}}\limits_{i=1}^{N} (R_i - \acute{a}R\widetilde{n})^2},$$

где $t_{P,N}$ – коэффициент Стьюдента, P – доверительная вероятность, N –число измерений. Значения R_i и áRñ взять из табл. 3.2, коэффициенты Стьюдента приведены в табл. 3.3

				Т	аблица 3.3
N	5	6	8	10	20
P = 0,95	2,8	2,6	2,4	2,3	2,1

4.3. Суммарная погрешность результата измерений и рассчитывается по формуле:

абсолютная

$$\mathsf{D} R = \sqrt{\mathsf{d} R^2 + \mathsf{q} R^2} \; ,$$

относительная

$$E_R = \frac{\mathsf{D}R}{\mathsf{a}R\tilde{\mathsf{n}}} \rtimes 00\% \; .$$

Измерение мостом Уитстона

Исходной функцией для косвенного измерения сопротивления в этом случае является выражение (3.5). Поэтому:

4.4. *Систематическая относительная* погрешность вычисляется по формуле

$$\mathbf{g}_{R} = \frac{\mathbf{q}R}{R} = 1,1 \sqrt{\frac{\mathbf{a}\mathbf{e}\mathbf{R}_{M}\mathbf{\ddot{o}}^{2}}{\mathbf{c}\mathbf{\dot{R}}_{M}\mathbf{\ddot{o}}^{2}} + \frac{\mathbf{a}\mathbf{e}\mathbf{q}R_{2}\mathbf{\ddot{o}}^{2}}{\mathbf{c}\mathbf{\dot{R}}_{2}\mathbf{\dot{o}}^{2}} + \frac{\mathbf{a}\mathbf{e}\mathbf{q}R_{1}\mathbf{\ddot{o}}^{2}}{\mathbf{c}\mathbf{\dot{R}}_{1}\mathbf{\ddot{o}}^{2}},$$

где $\frac{qR_M}{R_M}, \frac{qR_2}{R_2}, \frac{qR_1}{R_1}$ – систематические относительные погрешности сопро-

тивлений, входящих в мост Уитстона. Значения этих величин указаны в табл. 3.1.

Систематическая абсолютная погрешность –

$$qR = g_R R$$

Измерение омметром

4.5. В этом случае измерения сопротивления *R* являются прямыми и их систематические относительная и абсолютная погрешности определяются погрешностями омметра

$$\mathbf{g}_R = \mathbf{g}_W = \frac{\mathbf{q}R}{R}, \ \mathbf{q}R = \mathbf{g}_R R$$

и указаны в табл. 3.1. Результаты расчетов занести в табл. 3.2.

5. Используя наиболее точное значение сопротивления проводника *R*, рассчитать по формуле (3.3) его *удельное сопротивление* р. При этом считаем, что погрешности измерений диаметра и длины проводника значительно меньше, чем погрешность измерения его сопротивления.

6. Сравнить полученное значение удельного сопротивления со значениями приведенными в табл. 3.4 и определить материал проводника.

7. Оформить отчет о выполнении работы в соответствии с прилагаемым образцом.

Вещество	r, нОмжи (при 20 °C)
алюминий	25,3
Вольфрам	55,0
Медь	17,1
Свинец	190,0
Серебро	15,0
Нихром	1100,0

Таблица 3.4 Удельное сопротивление металлов и сплавов

Контрольные вопросы

1. От каких величин зависит электрическое сопротивление проводника?

2. Укажите формулу для расчета сопротивления по размерам проводника.

3. От каких величин зависит удельное сопротивление проводника?

4. Назовите методы измерений сопротивления проводника.

5. Запишите формулы для определения сопротивления проводника в техническом методе. Какие величины измеряют в этом методе?

6. Что лежит в основе работы цифрового мультиметра (омметра)?

7. Укажите режим работы цифрового мультиметра при измерении сопротивления.

8. Запишите условия равновесия для моста Уитстона.

9. По какой формуле определяют сопротивление при измерении мостом?

10. Как оценивают погрешности измерений, выполняемых в работе?

11. Какие из используемых в работе методов являются более точными, а какие – приближенными?
Лабораторная работа Э-4 ИЗУЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТАЛЛА И ПОЛУПРОВОДНИКА

Цель работы: экспериментально определить температурный коэффициент сопротивления металла и ширину запрещённой зоны полупроводника.

По электрическим свойствам вещества разделяют на три класса: проводники, диэлектрики и полупроводники [2–4]. Типичными проводниками являются *металлы*, у которых удельное электрическое сопротивление $r < 10^{-6}$ Омм. Удельное электрическое сопротивление *полупроводников* обычно лежит в пределах от 10^{-6} до 10^{14} Омм. Материалы, у которых величина $r > 10^{14}$ Омм, относятся к *диэлектрикам*. Полупроводниками являются ряд элементов III–VI групп таблицы элементов Д.И. Менделеева (B, Ge, Si, As, Te и т.д.), а также большое число химических соединений (GaAs, GaP, ZnS, SiC и др.). В зависимости от внешних условий (температура, давление) одно и то же вещество может относиться к разным классам. Например, германий при температуре жидкого азота 77 К – диэлектрик, при комнатной температуре – полупроводник, а в жидком состоянии является проводником.

Квантовая теория твердого тела дает более обоснованную классификацию веществ. Согласно этой теории, электроны в атоме могут иметь только определенные значения энергии, которые называют энергетическими уровнями. Именно эти уровни при объединении отдельных атомов в кристалл образуют разрешённые энергетические зоны. Промежуток, разделяющий такие зоны, называют запрещённой зоной (рис. 4.1). Энергетическая зона считается заполненной, если все уровни зоны заняты электронами. При этом, согласно принципу Паули, на одном энергетическом уровне может находиться не более двух электронов, имеющих противоположно направленные спины. Зона считается свободной, если все уровни этой зоны не заняты.





ВЗ – валентная; СЗ – свободная; DW – ширина запрещённой зоны. Штриховкой отмечена заполненная часть зоны (при абсолютной температуре T = 0 K).

Если в веществе валентные электроны, ответственные за все электрические свойства, образуют полностью заполненную зону (её называют *валентной зоной*) так, что последующая разрешённая зона свободна (её называют зоной проводимости), то электропроводность такого вещества равна нулю, и оно является диэлектриком. Действительно, движение электронов под действием внешнего электрического поля (электрический ток), предполагает увеличение энергии электронов, то есть переход их на более высокий незанятый энергетический уровень. В случае же полностью заполненной валентной зоны таких уровней нет, значит, в веществе с такой зонной структурой электрон не может ускоряться внешним электрическим полем.

Для того чтобы перевести электроны из валентной зоны в зону проводимости, им следует сообщить энергию, не меньшую, чем ширина запрещённой зоны DW. Часть электронов приобретает эту энергию при облучении вещества светом или за счёт теплового движения атомов. Поэтому при обычных температурах (T > 300 K) в зоне проводимости есть некоторое количество электронов. В зависимости от их концентрации вещество может быть либо диэлектриком, либо полупроводником, причём различие между этими классами определяется значениями DW и температуры T. Для полупроводников при комнатной температуре ширина запрещённой зоны DW составляет 0,02 – 2 эВ, а для диэлектриков – больше 2 эВ.

Температурная зависимость проводимости полупроводников определяется изменением концентрации носителей тока – электронов, перешедших в зону проводимости. При увеличении температуры их количество экспоненциально возрастает, поэтому сопротивление R чистых полупроводников уменьшается с ростом температуры T по закону

$$R = A \times \exp \frac{\partial W}{\partial t} \ddot{\phi}, \qquad (4.1)$$

где *А* – величина, слабо зависящая от температуры; *k* = 1,38×10⁻²³ Дж/К – постоянная Больцмана.

Проводники имеют другую зонную структуру. Валентные электроны частично заполняют зону (рис. 4.1), при этом электроны могут свободно перемещаться под действием внешнего электрического поля. Валентная зона является в данном случае зоной проводимости. В проводнике концентрация свободных электронов не зависит от температуры – в этом основное отличие проводника от полупроводника и диэлектрика. Для проводников зависимость сопротивления от температуры значительно слабее, чем для диэлектриков. Она определяется рассеянием энергии электронов при взаимодействии с дефектами и фононами (квантами упругих волн) кристаллической решетки. С ростом температуры увеличивается число фононов, что ведет к снижению длины свободного пробега электронов проводимости в металле. При этом электрическое сопротивление *R* проводников увеличивается по линейному закону

$$R = R_0 (1 + \mathbf{a}_t \times {}^{\mathbf{o}}C), \qquad (4.2)$$

где R_0 – сопротивление проводника при 0 °*C*, a_t – температурный коэффициент сопротивления (ТКС), $t^{o}C$ – температура в градусах Цельсия.

Описание метода исследования

Зависимость сопротивления проводника от температуры в координатах $R \leftrightarrow t$ изображается прямой линией, угловой коэффициент которой

$$k_1 = \mathbf{a}_t \mathbf{R}_0$$

По величине k_1 можно определить значение температурного коэффициента сопротивления исследуемого проводника:

$$\mathsf{a}_t = \frac{k_1}{R_0}.\tag{4.3}$$

Значение сопротивления проводника R_0 находится путем экстраполяции полученной линейной зависимости до температуры 0 °*C*.

Для полупроводника зависимость сопротивления от температуры нелинейная, поэтому для её нахождения используют координаты $\ln R \leftrightarrow \frac{1}{T}$, где T – температура по шкале Кельвина. Действительно, логарифмируя уравнение (4.1), получаем

$$\ln R = \ln A + \frac{\mathsf{D}W}{2k} \times \frac{1}{T}.$$

График функции $\ln R$ от $\frac{1}{T}$ является линейным с угловым коэффициентом

$$k_2 = \frac{\mathsf{D}W}{2k}$$

Это позволяет найти ширину запрещённой зоны полупроводника $DW = 2k \times k_2$ (4.4)

Таким образом, если экспериментально найти зависимость сопротивления проводника и полупроводника от температуры, то можно рассчитать для первого – температурный коэффициент сопротивления a_t , для второго – ширину запрещённой зоны DW.

Описание установки

Оборудование: регулируемый источник постоянного напряжения, миниблоки «Исследование температурной зависимости сопротивления проводника и полупроводника» и «Ключ», мультиметры, соединительные провода.

Электрическая схема установки показана на рис. 4.2, описание миниблока – на рис. 4.3. Электронагреватель 2 подключен к регулируемому источнику постоянного напряжения 1 («0...+15 В»). При включении источника начинается нагрев исследуемых образцов. Для измерения сопротивления образцов 4, 5 в режиме непрерывного нагрева их поочередно подсоединяют к мультиметру 9 с помощью переключателя 7. Температуру образцов измеряют с помощью термопары 3, напряжение с которой подаётся на клеммы измерителя температуры (мультиметр 10).



Рис. 4.2. Электрическая схема установки

1 – источник постоянного напряжения, 2 –нагреватель, 3 – термопара, 4, 5 – проводник и полупроводник, 6 – мини-блок «Исследование температурной зависимости сопротивления проводника и полупроводника», 7 – переключатель, 8 – миниблок «Ключ», 9 – омметр, 10 – измеритель температуры



Рис. 4.3. Миниблок «Исследование температурной зависимости сопротивления проводника и полупроводника»

1 – клеммы термопары для подключения к мультиметру, 2 – нагреватель печи, 3 – проводник, 4 – полупроводник, R_{пр} – вывод проводника, R_{пп} – вывод полупроводника

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить табл. 4.1

Таблица 4.1

		Предел допускаемой	Абсолютная
N⁰	Наименование	относительной погрешности g	систематическая
	прибора	(в % от измеренного значения)	погрешность q
1	Омметр	$g_{\rm R} = \frac{qR}{R} = 0,8\%$	$qR = R \frac{0,8\%}{100\%} = $ OM
2	Термометр	$g_{t} = \frac{q(t^{O}C)}{t^{O}C} = 1\%$	$q(t^{0}C) = \frac{g_{t}\%}{100\%}t^{0}C = {}^{0}C$

Средства измерений и их характеристики

2. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, приведённой на рис. 4.4. При подсоединении термопары к мультиметру необходимо учитывать полярность подключения проводов.

3. Установить необходимые режимы измерений мультиметров. Учесть, что при измерении сопротивления проводника переключатель диапазонов ставится в положение 200 Ом, а полупроводника – 2 кОм или 20 кОм.

4. Включить в сеть блоки питания генераторов и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка».



Рис. 4.4. Монтажная схема установки:

6 – миниблок «Исследование температурной зависимости сопротивления проводника и полупроводника»; 8 – миниблок «Ключ»; 9 – мультиметр, работающий в режиме омметра; 10 – мультиметр, работающий в режиме измерителя температуры

5. Начертить таблицу 4.2.

Таблица 4.2

N⁰	t, °C	<i>T</i> , K	$(1/T), 10^{-3} \text{ K}^{-1}$	<i>R</i> пр, Ом	<i>R</i> пп, Ом	$\ln R_{\Pi\Pi}$
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

Результаты измерений

6. С помощью миниблока «Ключ» подключая поочередно к мультиметру проводник (положение А) и полупроводник (положение В), измерить их сопротивление при комнатной температуре. Результат записать в первую строку табл. 4.2.

7. Кнопками «Установка напряжения 0 ... +15 В» установить по световому индикатору 6 – 7 делений.

8. По мере нагрева образцов, измерять по п. 6 их сопротивления через каждые 5 °C до 70 °C. Результаты измерений занести в табл. 4.2.

9. Нажать кнопку «Исходная установка» и *выключить из сети* блоки питания генераторов напряжений и мультиметров.

Обработка результатов измерений

1. По данным табл. 4.2 построить график температурной зависимости сопротивления проводника от температуры в координатах $R \leftrightarrow t \, {}^{\circ}C$.

2. Экстраполируя полученную линейную зависимость до пересечения с осью ординат найти сопротивление проводника R_0 при температуре 0 °*C*.

3. По полученному графику рассчитать среднее значение углового ко-





полупроводника от температуры.

6. По этому графику определить среднее значение углового коэффициента прямой *k*₂ аналогично пункту 3:

$$k_{2} = \frac{\left(\ln R^{\Pi\Pi}\right)_{2} - \left(\ln R^{\Pi\Pi}\right)_{1}}{\frac{1}{T_{2}} - \frac{1}{T_{1}}}.$$

эффициента k_1 . Для этого на концах экспериментальной прямой выбрать две точки 1 и 2 и спроецировать их на координатные оси. Тогда

$$k_1 = \frac{R_2^{\rm np} - R_1^{\rm np}}{t_2^{\rm o}C - t_1^{\rm o}C}.$$

4. По формуле (4.3) вычислить величину среднего температурного коэффициента сопротивления **a**_t проводника.

5. По данным табл. 4.2 построить для полупроводника график в координатах $\ln R \leftrightarrow \frac{1}{T}$. Линейный характер этого графика подтверждает экспоненциальный характер зависимости сопротивления 7. По формуле (4.4) вычислить ширину запрещенной зоны полупроводника DW. Записать её значение в джоулях и электрон-вольтах.

8. Оценка погрешностей измерений

8.1. Систематическая относительная погрешность при косвенном многократном измерении температурного коэффициента сопротивления находится по известным правилам (см. Приложение 1). За исходную функцию удобно взять выражение, полученное из формулы (4.2)

$$\mathbf{a}_{t} = \frac{R - R_{0}}{R_{0} \times t} = \frac{1}{t} \underbrace{\overset{\otimes}{\mathbf{c}}}_{\mathbf{c}} \frac{R}{R_{0}} - 1 \underbrace{\overset{\circ}{\mathbf{c}}}_{\neq}^{\mathbf{o}}$$

Тогда

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{q}\mathbf{a}_t}{\mathbf{a}_t} = 1, 1 \sqrt{2 \times \mathbf{g} \frac{\mathbf{q}\mathbf{R}}{\mathbf{g}} \frac{\mathbf{o}^2}{\mathbf{k}} + \mathbf{g} \frac{\mathbf{q}t^{\mathrm{o}}C}{\mathbf{f}^{\mathrm{o}}C} \frac{\mathbf{o}^2}{\mathbf{g}}}$$

здесь $\frac{qR}{R}$, $\frac{qt^{o}C}{t^{o}C}$ – систематическая относительная погрешность мульти-

метра при измерении сопротивления и температуры (погрешности приведены в табл. 4.1).

Случайная относительная погрешность косвенных измерений величины **a**_t находится по тому же правилу, что и в п. 8.1. В качестве исходной функции удобно взять расчётную формулу (4.3). Тогда

$$\mathbf{e} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{a}_t}{\mathbf{a}_t} = \sqrt{\frac{\mathbf{a}\mathbf{e}\mathbf{k}_1}{\mathbf{c}} \overset{\mathbf{o}^2}{\mathbf{k}_1} \overset{\mathbf{o}^2}{\mathbf{o}}} + \frac{\mathbf{a}\mathbf{e}\mathbf{k}_0}{\mathbf{c}} \overset{\mathbf{o}^2}{\mathbf{k}_0} \overset{\mathbf{o}^2}{\mathbf{o}},$$

где dk_1 , dR_0 – доверительные границы *случайной абсолютной* погрешности среднего углового коэффициента и сопротивления проводника при температуре 0 °C. Поскольку зависимость сопротивления проводника от температуры является функцией линейной и изображается прямой, то случайные погрешности dk_1 и dR_0 наиболее просто найти графическим способом по формулам (см. Приложение 1)

$$dk_{1} = \frac{t_{P,N} (R_{A} - R_{B})}{2\sqrt{N} (t_{2}^{o}C - t_{1}^{o}C)}, \ dR_{0} = \frac{t_{P,N} (R_{A} - R_{B})}{4\sqrt{N}},$$

где $t_{P,N}$ – коэффициент Стьюдента, P – доверительная вероятность, N – число измерений, R_A , R_B – см. на рис. 4.5. Провести параллельно экспериментальной прямой по обе стороны две прямые A и B по возможности ближе так, чтобы большинство точек, (кроме промахов) оказалось внутри.

Таблица 4.3

Коэффициенты Стьюдента						
N	5	6	8	10	20	
P = 0,95	2,8	2,6	2,4	2,3	2,1	

8.2. Доверительная граница *суммарной относительной* погрешности рассчитывается по формуле

$$E = \frac{\mathrm{Da}_t}{\mathrm{a}_t} = \sqrt{\mathrm{e}^2 + \mathrm{g}^2} \, .$$

Суммарная абсолютная погрешность находится из её связи с относительной

$$\mathsf{Da}_t = \frac{E\%}{100\%} \times \mathsf{a}_t.$$

8.3. По аналогичной схеме рассчитываются погрешности косвенных измерений энергии активации DW полупроводника.

9. Сравнить **a**_{*t*} и **D***W* с табличными значениями (табл. 4.4, 4.5) и оформить отчёт по работе в соответствии с прилагаемым образцом.

Таблица 4.4					
Температурный					
коэффициент сопротивления					

Вещество	$\lambda_t {\times} 10^{-3} \ K^{-1}$
Al	4,5
W	5,1
Cu	4,3
Pb	4,2
Ag	4,1
Нихром	0.2

	Tac	блица 4.5
Ширина	запрещённой	30НЫ
601	шеств	

Вещество	DW, эВ (при 20 °C)
С (алмаз)	5,40
Se	1,79
Ge	0,66
Si	1,11
GaAs	1,43
InAs	0,36

Примечание. К отчету прилагаются два графика, построенные по данным табл.4.2

Контрольные вопросы

1. От каких величин зависит электрическое сопротивление проводника? Запишите зависимости *R* от размеров проводника и температуры.

2. Чем обусловлена температурная зависимость R(t) для проводника?

3. Что показывает величина ТКС проводника?

4. Запишите зависимости сопротивления полупроводника от его размеров и температуры.

5. Как можно объяснить сильную зависимость сопротивления полупроводника от температуры?

6. Чем определяется значение DW полупроводника? Какие величины зависят от этой характеристики полупроводника?

7. Какие приборы используются для измерения сопротивления и температуры?

8. Укажите режимы и входы для подключения цифровых мультиметров в лабораторной работе.

9. Как оценить допускаемую погрешность сопротивления, измеряемого цифровым мультиметром?

10. В каких координатах имеют линейный характер температурные зависимости сопротивления:

1) проводника,

2) полупроводника?

11. Запишите уравнение температурной зависимости сопротивления:

1) проводника,

2) полупроводника (линеаризованное).

12. Как определяют ТКС проводника по угловому коэффициенту прямой?

13. Какая формула связывает угловой коэффициент экспериментальной прямой и величину DW полупроводника?

14. Опишите способы определения углового коэффициента прямой по графику.

Лабораторная работа Э-5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕЙ РЕЗИСТОР И КОНДЕНСАТОР

Цель работы: изучить временную зависимость напряжения при разряде конденсатора, определить постоянную времени t цепи и её сопротивление R.



Рис. 5.1 Разряд конденсатора в цепи, содержащей конденсатор и резистор

При зарядке или разряде конденсатора в цепи (рис. 5.1) протекает изменяющийся электрический ток. Если этот ток *I* изменяется не слишком быстро и так, что в каждый момент времени его величина одинакова во всех точках контура, то для мгновенных значений *I* справедливы законы постоянного тока. Такие медленно изменяющиеся токи называют *квазистационарными*.

Ток в контуре длины *l* будет квазистационарным, если время его установления, равное

l/c (где $c = 3 \times 10^8$ м/с – скорость распространения электромагнитного поля в вакууме), много меньше, чем характерное для данной цепи время изменения тока t. В случае изменения тока по экспоненциальному закону величина t называется *постоянной времени* электрической цепи – время, за которое ток изменяется в $e \approx 2,71$ раза.

Описание метода исследования

В данной работе измерение постоянной времени *RC*-цепи основано на изучении процесса разряда конденсатора через резистор сопротивлением *R*. При этом в цепи (рис. 5.1) протекает электрический ток

$$I = -\frac{dQ}{dt},\tag{5.1}$$

здесь *Q* – заряд конденсатора, пропорциональный напряжению *U* на его обкладках. Он определяется формулой

$$Q = CU, \tag{5.2}$$

где *С* – электроемкость конденсатора. Согласно закону Ома квазистационарный ток

$$I = \frac{U}{R}.$$
(5.3)

Используя соотношения (5.1), (5.2), (5.3), запишем дифференциальное уравнение, описывающее скорость изменения напряжения конденсатора

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{U}{RC}.$$
(5.4)

Разделяя в этом уравнении переменные и решая его интегрированием от начального момента t = 0 (напряжение U_0) до текущего t (напряжение U)

$$\overset{U}{\overset{}}_{U_0} \frac{dU}{U} = -\frac{1}{RC} \overset{t}{\overset{}}_{o} dt, \qquad (5.5)$$

получаем зависимость напряжения конденсатора от времени:

$$U = U_0 \exp \mathop{\mathbf{\mathfrak{C}}}_{\mathbf{c}} \frac{t}{RC} \stackrel{\mathbf{\ddot{o}}}{\stackrel{\mathbf{\dot{o}}}{,}}, \quad \text{или} \quad U = U_0 \exp \mathop{\mathbf{\mathfrak{C}}}_{\mathbf{c}} \frac{t}{t} \stackrel{\mathbf{\ddot{o}}}{\stackrel{\mathbf{\dot{o}}}{,}}, \quad (5.6)$$

где t = *RC* – постоянная времени электрической цепи, содержащей конденсатор и резистор. Прологарифмируем полученную зависимость

$$\ln U = \ln U_0 - \frac{1}{t}t = \ln U_0 + k \times t.$$
(5.7)

Видно, что зависимость $\ln U = f(t)$ является линейной, причём угловой коэффициент прямой *k* связан с постоянной времени t соотношением

$$k = -1/t \tag{5.8}$$

Таким образом, исследуя зависимость напряжения на конденсаторе от времени, можно экспериментально определить постоянную времени RCцепи, а также при известной электроемкости C и сопротивление цепи R.

Описание установки

Оборудование: нерегулируемый источник постоянного напряжения, секундомер, мультиметр, миниблоки «Ключ», «Конденсатор», соединительные провода.

Электрическая схема установки показана на рис. 5.2.



Рис. 5.2. Электрическая схема установки: 1 – источник постоянного напряжения («+15 В»), 2 – ключ, 3 – миниблок «Ключ», 4 – миниблок «Конденсатор», 5 – мультиметр

Конденсатор заряжается до напряжения U_0 от источника постоянного напряжения 1. Затем ключ 2 размыкают, и конденсатор начинает разряжаться через подключенный к нему вольтметр 5, имеющий большое входное сопротивление R_V . По вольтметру 5 можно следить за текущим значением напряжения на конденсаторе.

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить табл. 5.1.

2. Собрать электрическую цепь с конденсатором C_1 по монтажной схеме, привёденной на рис. 5.3. Переключатель рода работ мультиметра 5 перевести в положение «V---» и установить предел измерения «20 В».

3. Кнопками «СЕТЬ» включить блоки питания генераторов и мультиметров.

	TT	Предел допускаемой	Абсолютная	
N⁰	Наименование	относительной погрешности g	систематическая	
прибора		(в % от измеренного значения)	погрешность q	
1	Вольтметр	$g_{\rm V} = \frac{qU}{U} = 0,5\%$	$\theta U = U \frac{\gamma_{\rm V}}{100\%} = $ B	
2	Секундомер	$g_{c} = \frac{qt}{t} 100\% = \%$	qt – определяется реак- цией экспериментатора.	







3 – миниблок «Ключ», 4 – миниблок «Конденсатор», 5 – мультиметр

4. Зарядить конденсатор C₁. Для этого тумблер миниблока «Ключ» перевести в положение А.

5. Начертить табл. 5.2.

6. Отключить конденсатор от источника постоянного напряжения, переведя тумблер миниблока «Ключ» в положение В и по мере разряда конденсатора через каждые 5 секунд записывать показания вольтметра в таблицу 5.2. Измерения повторить не менее 3 раз. Процесс разряда конденсатора можно фиксировать видеокамерой с таймером.

Таблица 5.2

	$C_1 =$	мкФ,	$\gamma_{\rm C} = (\Theta C / C)$	= %	
<i>t</i> , c	U_1, \mathbf{B}	U_2, \mathbf{B}	<i>U</i> ₃ , B	<i>ं</i> Uñ, B	ln ∂ Uñ
0					
5					
10					
15					
20					
25					
30					
35					
40					
45					
50					
55					
60					

Результаты измерений и вычислений

7. Подсоединить параллельно к конденсатору C_1 второй конденсатор C_2 (рис. 5.4).



Рис. 5.4. Монтажная схема. Параллельное соединение конденсаторов

8. Провести измерения по п. 6 для батареи конденсаторов. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 5.3.

	Таблица	5.3
--	---------	-----

	С2 = м	ик Φ , $C_{nc}^{\delta c}$	$am_{apan} = C_1 + C_2 =$		мкФ
<i>t</i> , c	U_1, \mathbf{B}	U_2, \mathbf{B}	<i>U</i> ₃ , B	<i>á</i> Uñ, B	ln <i>á</i> Uñ
0					
5					
10					
15					
20					
25					
30					
35					
40					
45					
50					
55					
60					

Результаты измерений и вычислений

Обработка результатов измерений

1. По формуле для параллельного соединения конденсаторов рассчитать и записать в табл. 5.3 ёмкость батареи конденсаторов $C_{napan}^{\delta am}$.

2. Построить графики зависимости $\ln U = f(t)$ для конденсатора C_1 и батареи конденсаторов $C_{napan}^{\delta am}$ на одном поле чертежа.

3. Определить по графику $\ln U = f(t)$ угловой коэффициент *k* линейной зависимости (5.7) и постоянную времени цепи t = -1/k для обоих случаев.

4. Считая, что сопротивление *RC*-цепи определяется в основном сопротивлением вольтметра R_V , рассчитать его для ёмкостей C_1 и $C_{napan}^{\delta am}$ по формуле:

$$R_{\rm V} = -\frac{1}{k \times C} = \frac{t}{C}$$

5. Оценка погрешностей измерений.

5.1. Считаем, что при косвенных многократных измерениях постоянной времени $\tau = (-1/k)$ *RC*-цепи определяющей является её *случайная* по-грешность:

– относительная

$$\gamma_{\tau} = \frac{\delta \tau}{\tau} = \frac{\delta k}{k},$$

– абсолютная

 $\delta \tau = \gamma_{\tau} \times \tau$.

Поскольку зависимость натурального логарифма напряжения на конденсаторе от времени его разряда является функцией линейной (5.7) и изображается прямой, то абсолютную погрешность углового коэффициен-



та dk наиболее просто найти графическим способом (см. Приложение 1 и рис 5.5).

Рабочей формулой в этом случае является выражение

$$dk = \frac{t_{P,N}(\ln U_A - \ln U_B)}{2\sqrt{N}(t_1 - t_0)}$$

где $t_{P,N}$ – коэффициент Стьюдента, P – доверительная вероятность, N – число измерений. Величины $\ln U_A$ и $\ln U_B$ – см. на рис. 5,5. Провести параллельно прямой 0-1 две линии A и B по возможности ближе так, чтобы большинство точек (кроме промахов) оказалось внутри.

Таблица 5.4

Коэффициенты Стьюдента

Ν	5	6	8	10	20
<i>P</i> = 0,95	2,8	2,6	2,4	2,3	2,1

5.2. Систематическая относительная погрешность косвенных измерений внутреннего сопротивления вольтметра на основе формулы (5.9) определяется выражением

$$\mathbf{g}_{\mathrm{R}} = \frac{\mathbf{q}R_{\mathrm{V}}}{R_{\mathrm{V}}} = 1, 1\sqrt{\mathbf{g} \frac{\mathbf{g} \mathbf{q} \tau}{\mathbf{g}} \frac{\mathbf{o}^{2}}{\mathbf{t}} + \mathbf{g} \frac{\mathbf{g} \mathbf{q}C}{\mathbf{g}} \frac{\mathbf{o}^{2}}{C}},$$

где $\frac{qt}{t}$, $\frac{qC}{C}$ – систематические относительные погрешности измерения по-

стоянной времени *RC*-цепи и ёмкости конденсатора.

Случайная относительная погрешность косвенных измерений сопротивления вольтметра определяется только случайной погрешностью углового коэффициента

$$e_{\rm R} = \frac{{\rm d}R_{\rm V}}{R_{\rm V}} = \frac{{\rm d}k}{k}$$

5.3. *Суммарные относительная* и *абсолютная* погрешности рассчитываются соответственно по формулам

$$E_{\rm R} = \frac{\mathsf{D}R_{\rm V}}{R_{\rm V}} = \sqrt{\mathsf{g}_{\rm R}^2 + \mathsf{e}_{\rm R}^2} , \ \mathsf{D}R_{\rm V} = E_{\rm R} \times R_{\rm V} .$$

6. Оформить отчет по работе в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание. К отчёту прилагаются графики, построенные по данным таблиц 5.2, 5.3.

Контрольные вопросы

1. Какой ток называют квазистационарным? Сформулируйте условие квазистационарности электрического тока.

2. Какие физические законы и формулы используются для получения зависимости напряжения от времени при разряде конденсатора?

3. По какому закону изменяются со временем при разряде конденсатора следующие величины:

1) заряд обкладки,

2) напряжение конденсатора,

3) ток в *RC*-цепи?

4. Какую величину называют постоянной времени цепи и что она показывает?

5. Как связана постоянная времени *RC*-цепи с параметрами этой цепи?

6. Укажите режим работы мультиметра при проведении измерений: измеряемая величина, режим и входы для подключения прибора.

7. Какое назначение имеет источник питания в исследуемой электрической цепи?

8. Как экспериментально определяют постоянную времени цепи, содержащей резистор *R* и электроемкость *C*?

9. Каким способом в данной работе измеряют сопротивление вольтметра?

10. Какие формулы используют в работе для определения следующих величин:

а) постоянной времени цепи,

б) сопротивления мультиметра?

11. Как оценивают в работе погрешность определения постоянной времени?

Лабораторная работа Э-6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА МЕТОДОМ МАГНЕТРОНА

Цель работы: ознакомиться с одним из методов экспериментального определения удельного заряда электрона, сравнить с табличным значением, оценить погрешности измерений.

Если частица массой m и зарядом q, движется со скоростью $\ddot{\mathbf{u}}$ в пространстве, где имеется электрическое поле с напряженностью E и магнитное поле с индукцией B, то на неё действует сила Лоренца [2–4]

$$F = qE + q$$
 gen B ù.

По второму закону Ньютона уравнение движения частицы имеет вид

$$m\frac{d\bar{\mathbf{u}}}{dt} = F$$
 или $\frac{d\bar{\mathbf{u}}}{dt} = \frac{q}{m}E + \frac{q}{m}$ éu, B

Из последнего равенства видно, что характер движения и траектория заряженной частицы зависят не от её заряда и массы в отдельности, а определяются их отношением, то есть $\frac{q}{m}$. Это отношение называется удельным зарядом частицы и является её важнейшей характеристикой. Эксперимен-

заряоом частицы и является ее важнеишеи характеристикои. Экспериментально определить удельный заряд частицы можно разными способами, одним из которых является метод магнетрона.

Описание метода измерения



Рис. 6.1. Схема магнетрона

Название метода связано с тем, что в работе используется взаимная ориентация магнитного и электрического полей, подобная ориентации этих полей в *магнетронах* – генераторах электромагнитных колебаний сверхвысоких частот.

Электрическое поле создают с помощью двухэлектродной лампы (диода). Её электроды – анод и катод – имеют форму соосных (коаксиальных) цилиндров, и когда к ним прикладывают разность потенциалов, вектор напряжённости электрического поля имеет радиальное направление (рис. 6.1). Магнитное поле создают соленоидом при пропускании по нему электрического тока. Лампа помещена внутри

соленоида вдоль его оси, то есть вектор индукции \bar{B} магнитного поля направлен вдоль оси электродов. Таким образом, магнитное и электрическое поля в магнетроне взаимно перпендикулярны.

Электроны в лампе испускаются нагретым катодом и под действием электрического поля начинают двигаться к аноду. Напряжённость *E* мак-

симальна у катода и с увеличением расстояния от него быстро уменьшается. Поэтому основное изменение скорости электронов происходит вблизи катода, и при дальнейшем движении их скорость будет изменяться незначительно. Так как в диоде радиус катода значительно меньше радиуса анода, то приближенно можно считать, что в кольцевом пространстве между анодом и катодом электроны движутся с постоянной скоростью. В лампе возникает анодный ток, величина которого зависит от анодного напряжения. Если магнитное поле отсутствует, то при неизменном токе накала и стабильном анодном напряжении анодный ток имеет постоянное значение. При этом все электроны движутся по радиальным прямым от катода к аноду (рис. 6.2, а).



Рис. 6.2. Траектории движения электронов в магнитном поле

При наличии внешнего магнитного поля на движущийся электрон будет действовать магнитная составляющая силы Лоренца. Эта сила, будучи перпендикулярной к направлению движения электрона, выполняет роль центростремительной силы и вызывает движение по окружности. Радиус этой окружности определяется вторым законом Ньютона

$$e u B = \frac{m_e u^2}{R}$$

где *m*_e – масса электрона, *е* – модуль его электрического заряда, то есть

$$R = \frac{m_e \mathsf{U}}{eB}$$

Отсюда следует

$$\frac{e}{m_e} = \frac{\mathsf{u}}{RB},\tag{6.1}$$

то есть удельный заряд электрона можно определить, зная его скорость и радиус окружности, по которой он движется в магнитном поле.

В слабом магнитном поле радиус окружности довольно велик, поэтому траектория электронов искривляется незначительно, и они все достигают анода (рис. 6.2, б). При некотором значении магнитной индукции, называемом критическим $B_{\rm kp}$, траектория искривляется настолько, что касается

поверхности анода (рис. 6.2, в). Наконец, при $B > B_{\kappa p}$ электроны, не достигая анода, возвращаются на катод (рис. 6.2, г).

На рис. 6.3 показан график зависимости анодного тока от магнитной индукции.



Рис. 6.3. Зависимость анодного тока магнетрона от магнитной индукции

Если $B < B_{\rm kp}$, все электроны доходят до анода, и анодный ток имеет такое же значение, как и при отсутствии магнитного поля (горизонтальная часть графика). Если $B > B_{\kappa p}$, то электроны перестают достигать анода, и ток через лампу становится равным нулю. При $B = B_{\rm kp}$ анодный ток должен резко уменьшаться (штриховая линия на графике), однако в реальных условиях такого явления не наблюдается. Это связано, прежде всего, с тем, что электроны, испускаемые катодом, обладают различными начальными скоростями. Поэтому критические условия для различных электронов достигаются при разных значениях индукции магнитного поля. Зависимость величины анодного тока *I*_{ан} от индукции магнитного поля *B* приобретает вследствие этого вид плавной кривой. Дополнительными причинами плавного изменения анодного тока при переходе магнитной индукции через критическое значение служат несоосность анода и катода, неортогональность магнитного и электрического полей, нестабильность питающих напряжений и т.п. Тем не менее, участок спада анодного тока остаётся достаточно резким и может быть использован для измерения отношения заряда электрона к его массе.

Как видно из рис. 6.2 в), при $B = B_{\rm kp}$ радиус кривизны траектории электрона равен половине радиуса анода $R = r_{\rm ah}/2$. Подставив это значение в формулу (6.1), выразим отношение заряда электрона к его массе:

$$\frac{e}{m_{\rm e}} = \frac{2{\rm u}}{B_{\rm \kappa p}r_{\rm aH}}.$$
(6.2)

Скорость электрона находится из закона сохранения энергии

$$\frac{m_{\rm e} {\rm u}^2}{2} = e U_{\rm aH} \quad \flat \qquad {\rm u} = \sqrt{2 U_{\rm aH}} \begin{array}{c} \overset{\boldsymbol{\mathfrak{B}} e}{{\rm c}} \overset{\boldsymbol{\mathfrak{O}}}{{\rm c}} \\ \overset{\boldsymbol{\mathfrak{O}}}{{\rm e}} \overset{\boldsymbol{\mathfrak{O}}}{m_{\rm e}} \overset{\boldsymbol{\mathfrak{O}}}{\boldsymbol{\mathfrak{O}}}, \end{array}$$
(6.3)

где U_{ah} – анодное напряжение, eU_{ah} – работа сил электрического поля в лампе. Подставив формулу (6.3) в уравнение (6.2), получим

$$\frac{e}{m_{\rm e}} = \frac{8U_{\rm aH}}{B_{\rm Kp}^2 r_{\rm aH}^2}.$$
(6.4)

Значение индукции магнитного поля внутри соленоида на его оси в том месте, где находится лампа, рассчитывается по формуле

$$B = \frac{\mathsf{m}_0 N I_{\rm c}}{\sqrt{L^2 + D^2}},$$

где $m_0 = 4p \times 10^{-7}$ Гн/м, I_{c-} ток, текущий по соленоиду, *L*, *D*, *N* – его длина, диаметр и число витков. Критическому значению индукции $B_{\kappa p}$ соответствует значение силы тока соленоида $I_{c.\kappa p}$. Таким образом,

$$\frac{e}{m_{\rm e}} = \frac{8U_{\rm aH}(D^2 + L^2)}{m_0^2 I_{\rm c, KD}^2 N^2 r_{\rm aH}^2}.$$
(6.5)

Для определения $I_{c.кp}$ можно использовать экспериментальную зависимость анодного тока от тока в соленоиде $I_{aH} = f(I_c)$ (сплошная кривая на рис. 6.4).



Рис. 6.4. Зависимость анодного тока магнетрона от тока в соленоиде

Она по виду подобна зависимости $I_{aH} = f(B)$ (рис. 6.3). В этом случае критический ток в соленоиде будет определяться максимальным значением модуля производной $\frac{dI_{aH}}{dI_c} \gg \frac{DI_{aH}}{DI_c}$. Таким образом, если построить график $\frac{DI_{aH}}{DI_c} = f(I_c)$ (пунктирная кривая на рис. 6.4), то максимум этой зависимости будет соответствовать значению критического тока $I_{c.кp}$ в соленоиде.

Описание установки

Оборудование: источники регулируемого и нерегулируемого постоянного напряжения, мультиметры, миниблок «Магнетрон», соединительные провода.

В миниблоке «Магнетрон» размещаются диод и соленоид, который является источником магнитного поля. Диод устанавливается внутри соленоида так, чтобы ось анода лампы совпадала с осью соленоида.

Основой магнетрона является вакуумная лампа (диод) 3.(рис. 6.5).



Рис. 6.5. Передняя панель миниблока «Магнетрон»: 1 – соленоид, 2 –вакуумный диод, 3 – анод диода, 4 – катод диода, 5 – нагреватель катода, А, В – выводы для подключения напряжения к соленоиду, С, В – выводы для подключения анодного напряжения, -U_н – вывод для подключения напряжения к нагревателю

На нагреватель катода 5 диода от источника подаётся постоянное напряжение $U_{\rm H} = -15$ В. Анод лампы 3 подключается к источнику стабилизированного постоянного напряжения +15 В. В результате нагрева катода с его поверхности испускаются электроны и под действием электрического поля анода движутся к нему. Для создания магнитного поля, влияющего на траекторию движения электронов, используется соленоид 4. Диод устанавливается внутри соленоида так, чтобы ось анода лампы совпадала с осью соленоида. Соленоид подключается к регулируемому источнику постоянного напряжения. Изменение тока I_c в обмотке соленоида, а значит и индукции магнитного поля, осуществляется с помощью кнопок на панели блока генераторов.

На рис. 6.6 приведена принципиальная электрическая схема установки для определения удельного заряда электрона.



Рис. 6.6. Электрическая схема установки:

источник постоянного напряжения, 2 – мультиметр для измерения анодного тока, 3 – вакуумный диод, 4 – соленоид, 5 – мультиметр для измерения тока соленоида, 6 – регулируемый источник постоянного напряжения, 7 – катод, 8 – миниблок «Магнетрон»

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить табл. 6.1.

Таблица 6.1

N⁰	Наименование	Предел допускаемой относительной погрешности g	Абсолютная систематическая	
	nphoopu	(в % от измеренного значения)	погрешность q	
1	Амперметр – 2	$g_{A2} = \frac{qI}{I} = 0.8\%$	$qI = I \frac{0.8\%}{100\%} = A$	
2	Амперметр – 5	$g_{A5} = \frac{qI}{I} = 1,5\%$	$qI = I \frac{1,5\%}{100\%} = A$	
3	Вольтметр (для измерения U _{ан})	$g_{\rm V} = \frac{qU}{U} = 0.5\%$	$qU = U \frac{0.5\%}{100\%} = B$	
4	Штангенциркуль	$g_{\Pi} = \frac{ql}{l} \times 100\% =$	q <i>l</i> = 1/2 цены наим. дел. шкалы.	

Средства измерений и их характеристики

2. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, приведенной на рис. 6.7.





2, 5 – миллиамперметры для измерения тока в лампе и в соленоиде

3. Переключатель рода работ мультиметра 2 перевести в положение «А...» и установить предел измерения «2 \mathbf{mA} », мультиметра 5 – в положение «А...» и установить предел измерения «200 \mathbf{mA} ».

Внимание! На общий вход «СОМ» мультиметров 2 и 5 подаётся отрицательное напряжение (провод «–» или «^»), на вход «**m**A» – положительное напряжение (провод «+»). Миниблок вставлять в гнезда наборного поля надписью «Магнетрон» *вверх*.

4. Кнопками «СЕТЬ» включить питание блоков генераторов напряжения и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка».

5. Выждать некоторое время для установления анодного тока в лампе.

6. Начертить табл. 6.2. Занести в нее параметры миниблока «Магнетрон».

Параметры миниблока « Магнетрон» D = 37,0жим, L = 36,0жим, N = 2800 вит, $r_{ah} = 3,0$ жим, $U_{ah} = 15,0$ В $\left|\Delta I_{\rm aH} \rtimes 0^3\right|$, MA $\left| (\Delta I_{\rm aH} / \Delta I_{\rm c}) \rtimes 0^3 \right|$ $\Delta I_{\rm c}$, MA № *I*_с, мА *I*_{ан}, мА 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 195 № Рекомендуемый масштаб для графиков: по оси $I_{ah} - 1,0$ см = 0,10 мА; по оси $I_{\rm c}$ – 1,0 см = 10,0 мА; по оси ($\Delta I_{\rm aH} / \Delta I_{\rm c}$) ×10³ – 1,0 см = 2,0

Результаты измерений и вычислений

Таблица 6.2

7. Снять зависимость анодного тока в лампе от тока в соленоиде. Для этого кнопкой **D** «Установка напряжения 0 ... +15 В» на блоке генераторов последовательно устанавливать по мультиметру 5 токи в соленоиде I_c , а по мультиметру 2 измерять соответствующие значения анодного тока I_{ah} . Первые четыре значения тока соленоида I_c начиная от нуля устанавливать через (25 ± 0,5)мA, а от значения 120 мA, через (5 ± 0,5) мA. Максимальный ток соленоида не должен превышать 195 мA. Результаты измерений занести в табл. 6.2

8. Нажать кнопку «Исходная установка» и кнопками «СЕТЬ» выключить питание генераторов напряжения и мультиметров. Разобрать электрическую цепь.

Обработка результатов измерений

1. Найти изменение тока в соленоиде и модуль изменения анодного тока по формулам

$$DI_{c i} = (I_{c(i+1)} - I_{c i}), \qquad DI_{aH i} = |I_{aH(i+1)} - I_{aH i}|,$$

здесь i = 1, 2, 3, ... - номер измерения по табл. 6.2. Вычислить для каждого измерения величину $\frac{DI_{ah i}}{DI_{c i}}$. Результаты записать в табл. 6.2.

2. По данным табл. 6.2, соблюдая рекомендованный масштаб, построить на миллиметровой бумаге график зависимости $I_{ah} = f(I_c)$. На этом же графике, изменив масштаб по оси ординат, построить зависимость $\frac{DI_{ah}}{DI_c} = f(I_c)$ Проецируя максимум этой зависимости на ось абсцисс найти

значение критического тока соленоида *I*_{с.кр} (рис. 6.4).

3. Подставляя в формулу (6.5) найденное значение *I*_{с.кр} и параметры магнетрона из табл. 6.2, вычислить удельный заряд электрона. Единицы измерения всех величин в этой формуле должны быть взяты в системе СИ.

4. Оценить погрешности измерений:

4.1. *Систематическая относительная* погрешность при косвенном однократном измерении удельного заряда электрона находится по формуле:

сти при прямых измерениях анодного напряжения в лампе, тока в соленоиде, длины и диаметра соленоида, радиуса анода лампы. Причем $qL = qD = qr_{aH} = \theta l$. Они приведены в табл. 6.1. Систематическая абсолютная погрешность находится из её связи с относительной

$$q(e/m) = \frac{g_{oTH}\%}{100\%} (e/m).$$

4.2 Оценка относительного отклонения d измеренного значения отношения (e/m) от табличного $(e/m)_{\text{табл.}} = 1,76 \times 10^{11} \text{ Кл/кг}$

$$d = \frac{(e/m) - (e/m)_{\text{табл.}}}{(e/m)_{\text{табл.}}} 100\%.$$

4.3. Сравнить g_{отн} и d. Сделать вывод о точности метода измерения удельного заряда электрона.

5. Оформить отчет по работе в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание. К отчёту прилагаются графики, построенные по данным таблицы 6.2.

Контрольные вопросы

1. Запишите формулы для сил $F_{_{3Л}}$ и $F_{_{Л}}$ действующих на заряженную частицу в электрическом и магнитном полях.

2. Какие параметры (скорость u, u, ускорения a, a_n, a_t , радиус кривизны траектории) изменяются при движении заряженной частицы:

а) под некоторым углом к силовой линии электростатического поля,

б) под действием силы Лоренца?

3. Какие уравнения необходимо использовать для определения:

а) скорости заряженной частицы, приобретенной в электрическом поле,

б) радиуса кривизны траектории электрона в магнитном поле?

4. Покажите на рисунке направление сил $F_{_{3,n}}$ и $F_{_{n}}$, действующих в магнетроне на электрон, движущийся от катода к аноду.

5. Как и почему изменяются при этом движении модули сил $F_{_{\mathfrak{I}\!\mathcal{I}}}$ и $F_{_{\mathfrak{I}\!\mathcal{I}}}$?

6. От чего зависят вектор и модуль скорости движения электрона в магнетроне?

7. Покажите на рисунке направление векторов \hat{E} и \hat{B} в магнетроне.

8. От чего зависят форма траектории электрона в магнетроне и значение критической индукции $B_{\rm kp}$?

9. Покажите на рисунке форму траектории электрона в магнетроне при различных значениях магнитной индукции ($B < B_{\rm kp}$; $B = B_{\rm kp}$; $B > B_{\rm kp}$).

10. Укажите назначение в электрической цепи мультиметров.

11. От каких величин зависит значение анодного тока магнетрона?

12. Как зависит величина анодного тока магнетрона:

а) от тока накала катода,

б) от анодного напряжения,

в) от тока в обмотке соленоида,

г) от числа витков соленоида?

13. Какие уравнения используют при выводе расчетной формулы для определения удельного заряда электрона?

14. Объясните форму и укажите назначение графиков $I_a = f(I_c)$ и (DI_{aH}/DI_c) = $f(I_c)$.

15. Укажите способ определения критического тока по этим графикам.

Лабораторная работа Э-7 ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА ХОЛЛА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Цель работы: ознакомиться с явлением Холла, определить постоянную Холла и концентрацию электронных носителей в полупроводнике, оценить погрешности измерений.

Рассмотрим пластинку из однородного проводника (или полупроводника), к торцам которой припаяно четыре контакта (рис. 7.1).



Рис. 7.1. Эффект Холла

Если пластинку поместить в магнитное поле, вектор индукции $\overset{1}{B}$ которого перпендикулярен пластинке, то при пропускании тока I в направлении 1–2 между контактами 3–4 возникает разность потенциалов $U_{\text{холл}}$. Это явление получило название эффекта Холла. Он был открыт в 1879 г. американским физиком Э.Г. Холлом [2–4].

Эффект Холла можно объяснить следующим образом. Пусть ток I в пластинке обусловлен движением частиц – носителей положительных зарядов q. Если их концентрация n, а din - средняя скорость их упорядоченного движения, то сила тока

$$I = JS = q \acute{a} \mathsf{u}_x \widetilde{\mathsf{n}} n b d \,, \tag{7.1}$$

где J – плотность тока, S = bd – площадь поперечного сечения пластинки, áu, \tilde{n} – проекция вектора áun на направление вектора J (на ось OX).

На заряженную частицу *q*, движущуюся в магнитном поле с индукцией *B*, действует магнитная составляющая силы Лоренца

$$F_{\rm M} = q \, \acute{e} \, \acute{a} \, \widetilde{n}, B \, \acute{e}$$

Эта сила будет отклонять заряды к одному из торцов пластинки. В результате на этом торце окажется избыток зарядов, а на противоположном – недостаток. По этой причине в пластинке возникает электрическое поле, вектор напряжённости которого $\stackrel{I}{E}$ направлен по оси ОУ. Сила, действующая на заряд q со стороны этого поля (электрическая составляющая силы Лоренца),

$$F_{\mathfrak{H}} = qE$$
,

будет направлена противоположно силе \tilde{F}_{M} . Разделение зарядов прекратится, когда сила Лоренца будет равна нулю, то есть

$$qE + q \, \acute{g} \acute{a} \acute{u} \widetilde{n}, B \, \acute{b} = 0.$$

Из этого уравнения находим напряжённость установившегося электрического поля

$$\vec{E} = - \acute{g} \acute{a} \vec{n}, \vec{B}$$

Спроецируем вектор напряженности $\stackrel{\bullet}{E}$ на ось ОУ $E_y = - \acute{a}u_x \widetilde{n}B$.

Тогда разность потенциалов между точками 3 и 4 определится как

$$(\mathbf{j}_3 - \mathbf{j}_4) = - \bigotimes_{a}^{b} E_y dy = \mathbf{a} u_x \mathbf{\tilde{n}} Bb$$
.

Подставляя вместо $\mathbf{\acute{a}}_{x}$ $\mathbf{\acute{n}}$ $\mathbf{\acute{e}}$ значение из (7.1) и, обозначая (j ₃ - j ₄) = $U_{xoлл}$, получим

$$U_{\text{XOJJI}} = \frac{I}{qnd} B = R_{\text{XOJJI}} \frac{I}{d} B, \qquad (7.2)$$

где $\frac{1}{qn} = R_{XOЛЛ}$ – величина, которая называется *постоянной Холла*.

Более строгая теория, учитывающая взаимодействие носителей тока с кристаллической решеткой, дает следующее значение постоянной Холла

$$R_{\rm XOJIJ} = \frac{r}{qn},\tag{7.3}$$

где r – параметр, называемый Холл-фактором. Он зависит от магнитного поля, температуры, свойств материала образца и всегда больше единицы. Например, для германия при комнатной температуре r = 3p/8. Из последней формулы следует, что знак постоянной Холла определяется знаком носителей заряда. Для металлов и полупроводников с электронной проводимостью (*n*-типа) $R_{xолл} < 0$, а для полупроводников с дырочной проводимостью (*p*-типа) $R_{xолл} > 0$.

Описание метода исследования

Холловское напряжение $U_{\text{холл}}$, согласно формуле (7.2), линейно зависит от магнитной индукции *B* и от протекающего в образце тока *I*. Если опытным путём получить эти зависимости, то по угловому коэффициенту экспериментальной прямой *k* можно определить постоянную Холла $R_{\text{холл}}$. Действительно, так как

$$U_{\rm XOJJI} = R_{\rm XOJJI} \frac{I}{d} B = kB, \qquad (7.4)$$

то величина углового коэффициента

$$k = R_{\rm XOJJI} \frac{I}{d}.$$

Отсюда для постоянной Холла получаем

$$R_{\rm XOЛЛ} = k \frac{d}{I}.$$
(7.5)

В качестве источника постоянного магнитного поля используют электромагнит. Величина индукции магнитного поля B в зазоре сердечника электромагнита нелинейно зависит от намагничивающего тока $I_{_{ЭМ}}$ в его обмотке. Однако на кривой намагничивания сердечника можно выделить практически линейный участок, для которого будет справедлива формула

$$B = \mathsf{m}_0 I_{\mathfrak{M}} \frac{N}{h}, \tag{7.6}$$

где $m_0 = 4p \times 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; N – число витков электромагнита, h – величина воздушного зазора сердечника электромагнита.

При проведении эксперимента задача измерения $U_{\rm xолл}$ осложняется тем, что контакты 3–4 на образце (рис. 7.1) могут быть установлены с некоторым смещением относительно друг друга. В этом случае напряжение между ними будет обусловлено не только эффектом Холла, но и омическим падением напряжения $U_{\rm om}$, вследствие протекания основного тока через образец. Поэтому измерения $U_{\rm xолл}$ при каждом значении тока следует проводить для двух противоположных направлений вектора индукции магнитного поля. Тогда холловское напряжение будет менять знак, а омическое напряжение будет оставаться постоянным. При одном направлении магнитного поля измеряемая разность потенциалов $U^- = U_{\rm om} - U_{\rm xoлл}$, а при другом его направлении $U^- = U_{\rm om} + U_{\rm xoлл}$. Исключая из этих двух уравнений неизвестную величину $U_{\rm om}$, получаем

$$U_{\rm XOJJI} = \frac{1}{2} \left| U^{-} - U^{-} \right|. \tag{7.7}$$

Описание установки

Оборудование: источники регулируемого и нерегулируемого постоянного напряжения, миниблок «Эффект Холла», мультиметры, соединительные провода.

Миниблок «Эффект Холла», предназначен для исследования эффекта Холла. На рис. 7.3 приведена электрическая схема установки. Датчик Холла (Д) представляет собой пластинку из германия – полупроводник с дырочной проводимостью. Он подсоединён к источнику напряжения 10.

С помощью переключателя можно изменять направление тока в обмотке электромагнита, а значит и направление вектора индукции магнитного поля в зазоре сердечника. Напряжение Холла измеряют цифровым вольтметром 5.



Рис. 7.2. Передняя панель миниблока «Эффект Холла»:

1 – электромагнит, 2 – переключатель направления тока в обмотке электромагнита, 3 – датчик Холла, А-В – клеммы для подвода напряжения «0 … +15 В», С-В – клеммы для подвода напряжения «+15 В», D-Е – клеммы для вывода холловского напряжения



Рис. 7.3. Электрическая схема установки:

(1–1) цепь питания электромагнита 6: регулируемый источник постоянного напряжения 10, переключатель направления тока 8, мультиметр 9;

(2–2) – цепь измерения напряжения Холла мультиметром 5,

(3–3) – цепь питания датчика Холла: 4 – источник постоянного напряжения «+15 В»; 7 – миниблок «Эффект Холла»

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить табл. 7.1

Таблица 7.1

№	Наименование прибора	Предел допускаемой	Абсолютная		
		относительной погрешности ү	систематическая		
		(в % от измеренного значения)	погрешность q		
1	Вольтметр	$g = \frac{qU}{U} = 0,5\%$	$qU = U \frac{0,5\%}{100\%} = B$		
2	Амперметр	$g = \frac{qI}{I} = 1,5\%$	$qI = I \frac{1,5\%}{100\%} = A$		

Средства измерений и их характеристики

2. Переключатель рода работ одного из мультиметров перевести в положение «V—» и установить предел измерения «2 V», второго – в положение «А—» и установить предел измерения «200 m».

3. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, приведенной на рис. 7.4.

Внимание! На вход СОМ мультиметров 5 и 9 подается отрицательное напряжение, на входы VWи mA – положительное (провод«+»).



Рис. 7.4. Монтажная схема установки: 7 – миниблок «Эффект Холла», 5 – вольтметр, 9 – миллиамперметр

4. Начертить табл. 7.2. Занести в неё параметры установки.

Таблица 7.2

Параметры установки						
$I_{xon} = MA, N =$		A, N = 1	зит., <i>h</i> =	мм, <i>d</i> =	мм, <i>r</i> = 3 р/8	
	Величина					
№	<i>I</i> _{эм} , мА	<i>В</i> ×10 ⁻³ , Тл	U^{-} , B	U, B	<i>U</i> _{холл} ⋊0 ⁻² , В	
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						

Результаты измерений и вычислений

5. Кнопками «СЕТЬ» включить питание блоков генераторов напряжения и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка».

6. Кнопкой **D** «Установка напряжения 0 ... 15 В» установить по амперметру ток $I_{3M} = (5 \pm 0,1)$ мА. Измерить по вольтметру напряжение U^- . Переключателем 8 изменить направление тока (магнитного поля в зазоре) и измерить напряжение U^{-} . Результаты записать в табл. 7.2.

7. Увеличивая ток I_{3M} с шагом (5 ±0,1) мА, провести ещё не менее 8 измерений напряжений U^- и U^- . Максимальный ток I_{3M} не должен превышать (40 ± 0,1)мА. Результаты записать в табл. 7.2.

8. Нажать кнопку «Исходная установка» и кнопками «СЕТЬ» *выключить* питание генераторов напряжения и мультиметров. Разобрать электрическую цепь.

9. Измерить рабочий ток датчика Холла $I_{xoлл}$. Для этого по монтажной схеме, приведенной на рис. 7.5, собрать электрическую цепь. Измеренное по миллиамперметру значение тока записать в табл. 7.2.

10. Выключить из сети блоки питания генераторов и мультиметров.



Рис. 7.5. Монтажная схема для измерения рабочего тока датчика Холла *I*_{холл}

Обработка результатов измерений

1. По формуле (7.6) для каждого из таблицы 7.2 значения тока $I_{\rm ЭМ}$ рассчитать индукцию магнитного поля B.

2. По формуле (7.7) для каждого значения индукции В вычислить U_{холл}.

3. Результаты расчетов записать в табл. 7.2.

4. По полученным данным построить график линейной зависимости $U_{xoлn} = f(B)$ (рис.7.6). При этом экспериментальные точки не соединять, а провести прямую линию так, чтобы число точек по обе стороны от этой линии было приблизительно одинаково (прямая «наилучшего соответствия»).



5. По графику рассчитать среднее значение углового коэффициента $\acute{a}k$ ñ этой прямой. Для чего на её *концах* выбрать две произвольные точки 1 и 2 и спроецировать их на координатные оси. Тогда

$$\acute{a}k~\tilde{n} = \frac{U_{2xonn} - U_{1xonn}}{B_2 - B_1}.$$

6. По формуле

á
$$R_{xoлл}$$
ñ=á k ñ× $\frac{d}{I}$

найти среднее значение постоянной Холла для исследуемого полупроводника.

7. Вычислить концентрацию дырок *n* в полупроводнике по формуле

$$n = \frac{r}{R_{\rm XOJI} \times q}$$

где q = e – элементарный заряд, равный заряду электрона.

8. Оценить погрешности измерений:

8.1 Систематическая относительная погрешность при косвенном однократном измерении постоянной Холла находится по известному правилу дифференцирования натурального логарифма исходной функции, в

качестве которой в нашем случае удобно взять выражение, полученное из формул (7.4), (7.5) и (7.6)

$$R_{\rm XOJJ} = \frac{U_{\rm XOJJ} \times d \times h}{m_0 \times I \times J_{\rm M} \times N}$$

где величины *d*, *h*, m, *N* являются постоянными. Тогда

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{q}R_{\text{холл}}}{R_{\text{холл}}} = 1, 1 \sqrt{\frac{\mathbf{a}\mathbf{q}U_{\text{холл}}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{\ddot{o}}^2}{U_{\text{холл}}} + \mathbf{c}\mathbf{\dot{c}}\mathbf{q}U_{\frac{3M}{2}}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{\ddot{o}}^2}{\mathbf{c}} + \mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{q}U_{\frac{3M}{2}}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{\ddot{o}}^2}{\mathbf{c}} + \mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{q}U_{\frac{3M}{2}} \frac{\mathbf{\ddot{o}}^2}{\mathbf{c}} + \mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}U_{\frac{3M}{2}} \frac{\mathbf{\ddot{o}}^2}{\mathbf{c}} + \mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}U_{\frac{3M}{2}} \frac{\mathbf{\ddot{o}}^2}{\mathbf{c}} + \mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}U_{\frac{3M}{2}} \frac{\mathbf{\ddot{o}}^2}{\mathbf{c}} + \mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}U_{\frac{3M}{2}} \frac{\mathbf{c}\mathbf{c}}^2}{\mathbf{c}} + \mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}U_{\frac{3M}{2}} \frac{\mathbf{c}^2}{\mathbf{c}} + \mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}U_{\frac{3M}{2}} \frac{\mathbf{c}\mathbf{c}}{\mathbf{c}} + \mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}U_{\frac{3M}{2}} \frac{\mathbf{c}\mathbf{c}}{\mathbf{c}} + \mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}\mathbf{c}} + \mathbf{$$

где $\frac{\mathsf{q}U_{\text{холл}}}{U_{\text{холл}}}, \frac{\mathsf{q}I_{\text{эм}}}{I_{\text{эм}}} = \frac{\mathsf{q}I_{\text{холл}}}{I_{\text{холл}}}, -$ систематические относительные погрешности

мультиметров при измерении холловского напряжения, тока питания обмотки электромагнита и рабочего тока датчика Холла. Эти величины приведены в табл. 7.1.

Случайная относительная погрешность при косвенном измерении постоянной Холла определяется только случайной относительной погрешностью углового коэффициента (7.5), так как рабочий ток датчика Холла измеряют однократно:

$$\mathbf{e} = \frac{\mathrm{d}R_{\mathrm{XOJJ}}}{R_{\mathrm{XOJJ}}} = \frac{\mathrm{d}k}{k},$$

где dk – доверительная граница случайной абсолютной погрешности среднего углового коэффициента. Поскольку зависимость холловского напряжения от индукции магнитного поля является линейной (7.4) и изображается прямой, то погрешность dk найдём графическим способом (см. Приложение 1). Рабочей формулой в этом случае является выражение

$$dk = \frac{t_{P,N}(U_{\text{холл}}^{A} - U_{\text{холл}}^{B})}{2\sqrt{N}(B_{2} - B_{1})},$$

где $t_{P,N}$ – коэффициент Стьюдента, P – доверительная вероятность, N – число измерений, $U_{XOЛЛ}^A$ и $U_{XOЛЛ}^B$ – см. на рис. 7.6. Провести параллельно экспериментальной прямой 1-2 по обе стороны две прямые A и B по возможности ближе так, чтобы большинство точек, (кроме промахов) оказалось внутри.

Коэффициенты Стьюдента						
N	5	6	8	10	20	
<i>P</i> = 0,95	2,8	2,6	2,4	2,3	2,1	

Таблица 7.3

8.2. Доверительная граница *суммарной относительной* погрешности постоянной Холла рассчитывается по формуле

$$E = \frac{\mathsf{D}R_{\rm XOJII}}{R_{\rm XOJII}} = \sqrt{\mathsf{g}^2 + \mathsf{e}^2} \; ,$$

Суммарная абсолютная погрешность находится из её связи с относительной

$$\mathsf{D}R_{\mathrm{XOJIJ}} = \frac{E\%}{100\%} R_{\mathrm{XOJIJ}}.$$

9. Оформить отчёт по работе в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание. Построенный согласно табл. 7.2 график линейной зависимости $U_{xonn} = f(B)$ прилагается к отчету.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается эффект Холла?

2. Какие условия необходимы для наблюдения явления Холла?

3. Укажите причину появления напряжения Холла.

4. Как направлена сила Лоренца, действующая на движущийся электрон?

5. Покажите на рисунке направление векторов E и B для электрического и магнитного полей в пластинке полупроводника при наблюдении эффекта Холла.

6. Между какими гранями пластинки появляется напряжение Холла? Укажите положение граней по отношению к току I и магнитному полю B.

7. Для измерения каких величин используют в данной работе:

а) миллиамперметр, б) цифровой вольтметр?

8. К каким граням датчика Холла подключают приборы:

а) миллиамперметр,

б) цифровой вольтметр?

9. Какие величины и параметры явления Холла изменятся, если изменить:

а) величину и направление рабочего тока датчика,

б) величину и направление тока в обмотке электромагнита?

10. Какой размер пластинки полупроводника необходим для вычисления постоянной Холла?

11. Каким способом измеряют напряжение Холла?

12. Запишите формулы, которые используются в данной работе для расчета концентрации электронов проводимости в полупроводнике.

Лабораторная работа Э-8 ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ ФЕРРОМАГНЕТИКА С ПОМОЩЬЮ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА

Цель работы: определить основные характеристики ферромагнетиков в переменном магнитном поле по предельной петле гистерезиса, снять основную кривую намагничивания, оценить погрешности измерений.

Ферромагнетики – вещества, в которых внутреннее (собственное) магнитное поле $B \phi$ значительно превышает намагничивающее поле B_0 . Индукция магнитного поля в ферромагнетиках определяется выражением

$$B = B_0 + B\phi = m_0 H + m_0 J$$
,

где $m = 4p \times 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, \hat{H} – напряжённость поля, \hat{J} – намагниченность, численно равная магнитному моменту единицы объёма магнетика. К ферромагнитным материалам кроме основного их представителя – железа (от него идёт и название «ферромагнетизм») – относятся кобальт, никель, гадолиний, их сплавы и соединения.

Ферромагнетики обладают рядом свойств, существенно отличающих их от диа-и парамагнетиков.

1. Зависимость индукции В магнитного поля внутри ферромагнетика



Рис. 8.1. Зависимость индукции магнитного поля ферромагнетика от напряженности намагничивающего поля

магнитного поля внутри ферромагнетика от напряжённости намагничивающего поля H является сложной (рис. 8.1). Сначала индукция растет довольно быстро, но по мере увеличения H её рост резко замедляется и идет по линейному закону. По значениям B и H можно определить намагниченность ферромагнетика J.

Характер зависимости J от H изображен на рис. 8.2. С увеличением напряженности поля H намагниченность начинает сначала медленно, потом очень быстро увеличиваться. В полях порядка 10^5 А/м она достигает насыщения $J_{\rm hac}$ и практически перестаёт зависеть от намагничи-

вающего поля. Процесс намагничивания ферромагнетика до насыщения называют *техническим* намагничиванием, а соответствующий участок графика *J* от *H* – *технической кривой* намагничивания. Теория дает следующее объяснение этому процессу. За магнитные свойства ферромагнетиков ответственными являются собственные (спиновые) магнитные моменты электронов. При определённых условиях под действием сил обменного взаимодействия между атомами магнитные моменты электронов выстраиваются параллельно друг другу и образуют области спонтанного (самопроизвольного) намагничивания – *домены*. В пределах каждого домена


Рис. 8.2. Кривая намагничивания

ферромагнетик намагничен до насыщения и обладает магнитным моментом. Направлены эти моменты у разных доменов по-разному, так что в отсутствии намагничивающего поля суммарный момент всего ферромагнетика равен нулю (рис. 8.2 *a*).

При включении намагничивающего поля энергия доменов оказывается неодинаковой. Она меньше для тех доменов, у которых вектор магнитного момента образует с направлением намагничивающего поля острый угол, и больше в том случае, когда этот угол тупой. По-

этому границы доменов смещаются, в результате чего за счет энергетически невыгодных доменов происходит увеличение объёма доменов с благоприятной ориентацией магнитных моментов. Пока намагничивающее поле невелико, смещение границ доменов обратимо и точно следует за изменением поля (рис. 8.2 δ). При увеличении поля смещение границ доменов становится необратимым, и энергетически невыгодные домены исчезают (рис. 8.2 ϵ). Если поле продолжать увеличивать, то происходит поворот магнитных моментов доменов (рис. 8.2 ϵ). Наконец, в очень сильных намагничивающих полях магнитные моменты всех доменов устанавливаются параллельно полю и ферромагнетик намагничивается до насыщения (рис. 8.2 δ).

2. Нелинейная зависимость индукции магнитного поля B от напряженности намагничивающего поля H приводит к тому, что магнитная проницаемость ферромагнетиков m также зависит от H

$$m = \frac{B}{m_0 H},$$
(8.1)

где $m_0 = 4p \times 10^{-7} (\Gamma H/M)$ – магнитная постоянная. С увеличением *H* магнитная проницаемость сначала быстро возрастает, достигая максимума, затем



уменьшается (см. рис 8.3). Следует заметить, что максимальное значение µ достигается немного раньше, чем насыщение ферромагнетика.

Рис. 8.3. Зависимость магнитной проницаемости ферромагнетика от напряженности намагничивающго поля

72

3. Если ранее ненамагниченный образец намагнитить до насыщения (т.1 на рис. 8.4), а затем уменьшать напряжённость H намагничивающего поля, то уменьшение индукции B в магнетике будет происходить не по первоначальной кривой 0-1, а по кривой 1-2. В результате, когда H станет равной нулю, ферромагнетик сохраняет свою намагниченность, и индукция в нём равна $B_{\text{ост}}$ (остаточная индукция). Для дальнейшего размагничивания надо изменить направление вектора \dot{H} на противоположное. Уменьшение B пойдет по кривой 2-3, и при некотором значении $H_{\text{коэр}}$ намагниченность ферромагнетика станет равной нулю. Величину $H_{\text{коэр}}$ называют коэрцитивной силой.



Рис. 8.4. Магнитный гистерезис

Увеличение H в том же направлении вновь приведёт к насыщению образца (т.4 на рис.8.4). При последующем изменении H в обратном направлении индукция B будет изменятся в соответствии с кривой 4-5-6-1. В результате получится петлеобразная кривая 1-2-3-4-5-6-1.

Таким образом, значение индукции *B* в ферромагнетике определяется не только полем *H*, но ещё и зависит от предыдущих состояний намагничивания, причём происходит отставание изменений индукции от изменения напряжённости. Это явление называется *магнитным гистерезисом*, а петлеобразная кривая – *петлей гистерезиса*. Она будет предельной, если намагниченность ферромагнетика достигает насыщения (кривая 1-2-3-4-5-6-1) и будет называться частным циклом, если насыщение не наступило (кривая 1¢-2¢-3¢-4¢-5¢-6¢-1¢). Частных циклов существует бесконечное множество, все они лежат внутри предельной петли гистерезиса. Верхняя точка каждого частного цикла всегда находится на технической кривой намагничивания.

Описание метода исследования

Исследовать основные свойства ферромагнетика можно с помощью предельной петли магнитного гистерезиса. Получить и наблюдать на

экране осциллографа петлю гистерезиса можно с помощью электрической схемы, которая приведена на рис. 8.5. На ферромагнитный образец, выполненный в виде тороида, равномерно намотаны две катушки индуктивности с числом витков N_1 и N_2 . Через сопротивление R_1 на первичную катушку подается от блока питания (БП) переменное напряжение. Напряжённость намагничивающего поля в тороиде будет определяться током I_1 , протекающим через катушку

$$H = \frac{I_1 N_1}{l} = n_1 I_1,$$

где $n_1 = \frac{N_1}{l}$ – число витков на единицу длины осевой линии тороида.



Рис. 8.5. Схема установки

Величину тока в первичной катушке можно найти из формулы, определяющей падение напряжения на резисторе R_1

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$

Тогда напряжённость магнитного поля будет равна

$$H = \frac{N_1}{lR_1} U_1 = n_1 \frac{U_1}{R_1}.$$
(8.2)

При изменении магнитного поля, созданного первичной катушкой, во вторичной возникает ЭДС индукции

$$\boldsymbol{e}_i = -\frac{d\mathbf{F}}{dt}N_2,$$

и индукционный ток

$$I_i = \frac{\boldsymbol{e}_i}{R_2} = \frac{d\mathsf{F}}{R_2 dt} N_2 = \frac{dB}{dt} \times \frac{N_2 S}{R_2},$$

где R_2 – сопротивление цепи вторичной катушки, F = BS – магнитный поток через один виток тороида, B – индукция магнитного поля в тороиде, N_2 – число витков вторичной катушки, S – площадь поперечного сечения сер-

дечника. В результате протекания индукционного тока в цепи вторичной катушки на интеграторе накапливается заряд

$$Q = \mathop{\mathbf{\check{O}}}_{0}^{t} dt = \frac{N_2 S}{R_2} \mathop{\mathbf{\check{O}}}_{0}^{B} dB = \frac{N_2 S}{R_2} B.$$

Напряжение $U_2 = U_{инт}$ на выходе интегратора пропорционально прошедшему через него заряду, а значит и индукции магнитного поля

$$U_{\rm UHT} = \frac{Q}{b} = \frac{N_2 S}{b R_2} B,$$

откуда следует

$$B = \frac{bR_2}{N_2 S} \mathscr{U}_{\text{инт}} = k \mathscr{U}_{\text{инт}}, \qquad (8.3)$$

где *b* – градуировочная постоянная интегратора, $k = \frac{bR_2}{N_2S}$ – постоянная

установки.

Из уравнений (8.2) и (8.3) видно, что если напряжение U_1 подать на вход горизонтальной развертки осциллографа, а напряжение $U_{инт}$ – на вход вертикальной развёртки, то электронный луч в горизонтальном направлении будет отклоняться пропорционально напряжённости H, а в вертикальном – пропорционально индукции B. За один период синусоидального изменения тока след электронного луча на экране опишет полную петлю гистерезиса, а за каждый последующий период в точности повторит её. Поэтому на экране будет наблюдаться неподвижная петля гистерезиса.

Описание установки

Оборудование: генератор сигналов специальной формы (ГССФ), осциллограф, мультиметр, миниблоки «Сопротивление 100 Ом», «Интегра-



тор тока», «Ферромагнетик», соединительные провода.

Рис. 8.6. Передняя панель миниблока «Интегратор тока»: А, В – входы; 1 – индикатор перегрузки;3 – интегратор; 2, 5 – клеммы для подвода напряжения «+15 В» и «–15 В»; С – выход на вольтметр; 4 – демпферный ключ

Миниблок «Интегратор тока», предназначен для преобразования электрического заряда, протекающего в электрической цепи, в напряжение $U_{\rm инт}$. В случае если накопленный заряд превышает допустимый уровень, загорается индикатор 1 «Перегрузка». Для сброса заряда, накопленного интегратором, тумблер 4 надо перевести в положение «Сброс». Питание интегратора осуществляется от нерегулируемого источника стабилизированных постоянных напряжений «+15 В» и «-15 В».

Миниблок «Ферромагнетик» предназначен для изучения магнитных свойств ферромагнетика. В качестве последнего в установке используется кольцевой ферромагнитный сердечник.



Рис. 8.7. Передняя панель миниблока ««Ферромагнетик»: 1 – переключатель направления тока, 2 – кольцевой ферромагнитный сердечник с намотанными на него катушками индуктивности N₁ и N₂

На рис. 8.8 приведена электрическая схема установки.



Рис. 8.8. Электрическая схема установки

1 – ГССФ; 2 –миниблок «Сопротивление» 100 Ом; 3 – миллимперметр;

5 – миниблок «Ферромагнетик»; 8 – миниблок «Интегратор тока»; U_X, U_Y

– напряжения, подаваемые на входы Х и У осциллографа; 9 – вольтметр

Для намагничивания ферромагнетика первичную катушку N_1 подключают к выходу генератора сигналов специальной формы 1, в котором выбран режим синусоидального напряжения. Напряжение U_X , снимаемое с сопротивления R_1 (пропорциональное напряжённости магнитного поля H), подается на вход горизонтальной развертки осциллографа. Вторичная катушка подключается к входу интегратора тока 7. Напряжение с выхода интегратора U_V (пропорциональное индукции магнитного поля B), подаётся на вход вертикальной развёртки осциллографа. Одновременно это же напряжение измеряется вольтметром 9. Амплитудные значения напряжённости намагничивающего поля и магнитной индукции в ферромагнетике рассчитываются по формулам:

$$H = n_1 I_1 \sqrt{2} , \qquad (8.4)$$

$$B = kU_{\rm MHT}\sqrt{2} , \qquad (8.5)$$

где I₁ и U_{инт} – действующие значения тока и напряжения.

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить таблицу 8.1.

Таблица 8.1

	Наименование	Предел допускаемой	Абсолютная
N⁰	прибора	относительной погрешности g	систематическая
	nphoopu	(в % от измеренного значения)	погрешность q
1	Вольтметр	$g_{\rm V} = \frac{qU}{U} = 0,8\%$	$qU = U \frac{0.8\%}{100\%} = B$
2	Амперметр	$g_{A} = \frac{qI}{I} = 1,8\%$	$qI = I \frac{1,8\%}{100\%} = $ A

Средства измерений и их характеристики

2. Переключатель рода работ одного из мультиметров перевести в положение «А~» и установить предел измерения «200 mA», второго – в положение «V~» и установить предел измерения «2 V».

3. Собрать электрическую цепь установки по монтажной схеме, приведенной на рис. 8.9.



Рис. 8.9. Монтажная схема

ЭО – электронный осциллограф, 2 – миниблок «Сопротивление 100 Ом», 3 – миллиамперметр, 5 – миниблок «Ферромагнетик», 8 – миниблок «Интегратор», 9 – вольтметр

4. Коаксиальный кабель подключить к входу осциллографа «CH2 (Y)», красный штекер кабеля соединить через наборное поле с выходом интегратора C, а синий – с шиной наборного поля «^ » («земля»). Второй кабель подключить к входу «CH1 (X)» осциллографа, красный штекер кабеля соединить с входом миниблока «Сопротивление», а синий – с шиной наборного поля «^ » («земля»). Демпферный ключ миниблока «Интегратор тока» установить в положение «Сброс».

5. Переключатели и регуляторы, расположенные на лицевой панели осциллографа установить в положения, указанные в таблице на рис. 8.10, если используется осциллограф «MOS-620», или в таблице на рис. 8.11, если используется осциллограф «GOS-625».

6. Кнопками «СЕТЬ» включить питание блоков генераторов напряжений и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка». В режиме синусоидальной формы напряжения, кнопками «Установка частоты 0,2 – 20 кГц» на ГССФ установить частоту 0,5 кГц.

7. Включить кнопку «POWER» («СЕТЬ»), расположенную на панели осциллографа под экраном, при этом должен зажечься светодиодный индикатор. При помощи регуляторов «INTEN» и «FOCUS», расположенных там же, установить оптимальную яркость и фокусировку луча.

Внимание! Не устанавливайте чрезмерную яркость луча и не оставляйте без необходимости длительное время неподвижное пятно

на экране. С помощью регуляторов «< POSITION >» и «POSITION $\frac{D}{\tilde{N}}$ »

вывести электронный луч в центр координатной сетки экрана.

8. Начертить табл. 8.2 и занести в неё параметры миниблока «Ферромагнетик»

Таблица 8.2

		v	1				
<i>b=2</i>	П 23,7·10 ⁻⁸ Кл/В,	араметр <i>R</i> ₂ = 2,5 к	ы минибло Ом, N 1 = 100	ка «Ферро вит., <i>N</i> ₂ = 2	омагнетик 200 вит., <i>l</i> =	а» 5,0∙см, <i>S</i>	$= 25 \cdot \text{mm}^2$
<i>I</i> ₁ ^{пред}	= 55-60 мА	Н _{нас}	А/м	$U_{uhm}^{nped} =$	В	$B_{\rm Hac} =$	Тл
x _{Hac}	б. дел.	$x_{\text{коэр}} =$	б. дел.	$y_{\text{Hac}} =$	б. дел.	$y_{\text{oct}} =$	б. дел.
	Н _{коэр} =		А/м	Boo	_{cm} =		Тл

Результаты измерений и вычислений

9. Кнопкой **D** «Установка уровня выхода 0 ... 15 В» генератора сигналов специальной формы увеличивать ток *I*₁ до получения на экране осциллографа изображения *предельной* петли гистерезиса. Петля считается предельной, если у неё появляются «усы». Для нашего случая предельный ток

не превышает 60 мА. Измерить и записать в табл. 8.2 ток $I_1^{\text{пред}}$ и напряжение $U_{\text{инт}}^{\text{пред}}$.



Рис. 8.10. Передняя панель осциллографа MOS-620 и таблица положений органов управления

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
*	*	+	1v	Х	/	AC	*	_	CHź	_	AC	*	Y	/	0,2v	Н	Н	Н	Н	Н	Н	XY	/		*

«+» – нажать, «–» – отжать, «*» – среднее положение, «/» – против часовой стрелки до упора,

«н» – не используется

79



Рис. 8.11. Передняя панель осциллографа GOS-625 и таблица положений органов управления

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	25	26	27	28	29	30	31
*	*	+	1V	Ι	Х	/	0,21	—	Y	/	Н	—	/		Н		Н	XY	+		*	_	*	CH	*	—

«+» – нажать, «–» – отжать, «*» – среднее положение, «/» – против часовой стрелки до упора,

«н» – не используется

08

10. Медленно вращая по часовой стрелке регулятор 15 «VOLTS/DIV» (MOS-620 или 11 «VAR» (GOS-625) на панели осциллографа, увеличить вертикальный размер петли до 8 больших делений сетки экрана.

11. Медленно вращая по часовой стрелке регулятор 6 «VOLTS/DIV» (MOS-620) или 7 «VAR» (GOS-625) на панели осциллографа, увеличить горизонтальный размер петли до 10 больших делений сетки экрана.

12. Регуляторами осциллографа «< POSITION >» и «POSITION $\frac{D}{\tilde{N}}$ » установить петлю симметрично относительно центра координатных осей.

13. По сетке экрана осциллографа измерить в больших делениях шкалы координаты точек предельной петли $x_{\text{нас}}$, $x_{\text{коэр}}$, $y_{\text{нас}}$, $y_{\text{ост}}$, соответствующие значениям $H_{\text{нас}}$, $H_{\text{коэр}}$, $B_{\text{нас}}$, $B_{\text{ост}}$ (рис. 8.12). Результаты записать в табл.8.2.

14. Размагнитить образец. Для этого, постепенно уменьшая ток I_1 , довести его до нуля. Площадь петли уменьшится до размеров точки.



Рис. 8.12. Осциллограмма предельной петли магнитного гистерезиса

15. Начертить таблицу 8.3.

Таблица 8.3

Ma		Be	еличина												
л <u>∘</u> п/п	<i>I</i> ₁ , мА	$U_{_{ m UHT}}$, B	<i>Н</i> , А/м	<i>В</i> , 10 ⁻³ ,Тл	m , 10 ³										
1															
2															
3															
4															
	•••		•••												
N															
	Реко	мендуемый маси	итаб для постро	ения графиков:											
поо	си $H-1$ см = 10	,0 А/м, по оси В	$-1 \text{ cm} = 20 \times 10^{-3}$	³ Тл, по оси m -	1 cm = 0, 2 × 10 ³										

Результаты измерений и вычислений

16. Устанавливая последовательно значения тока I_1 от 0 до 25 мА с шагом (3 ±0,5) мА, а при токах более 25 мА с шагом (6 ±0,5) мА, измерить для каждого значения I_1 величину напряжения $U_{инт}$. Последнее значение тока намагничивания I_1 должно быть не менее тока насыщения ферромагнетика $I_1^{пред}$. Результаты измерений занести в табл. 8.3.

17. Нажать кнопку «Исходная установка» и кнопками «СЕТЬ» и «POWER» выключить питание блоков генераторов напряжения, мультиметров и осциллографа. Разобрать электрическую цепь установки.

Обработка результатов измерений

1. Подставляя значения $I_1^{\text{пред}}$ и $U_{\text{инт}}^{\text{пред}}$ в формулы (8.4) и (8.5), рассчитать $H_{\text{нас}}$ и $B_{\text{нас}}$. Коэрцитивную силу $H_{\text{коэр}}$ и остаточную индукцию $B_{\text{ост}}$ рассчитать по формулам:

$$H_{\text{kopp}} = H_{\text{hac}} \frac{x_{\text{k}}}{x_{\text{hac}}}, \qquad B_{\text{oct}} = B_{\text{hac}} \frac{y_{\text{oct}}}{y_{\text{hac}}}$$

здесь значения соответствующих координат берутся из табл. 8.2.

2. По формулам (8.4), (8.5) и (8.1) рассчитать H, B и mдля заданных в табл. 8.3 значений тока I_1 и напряжений $U_{инт}$.

3. Результаты расчетов занести в табл. 8.2 и 8.3. Построить графики зависимостей B = f(H) и m = f(H).

4. Оценить погрешности измерений:

4.1. *Систематические относительные* погрешности косвенных однократных измерений магнитной индукции, напряжённости магнитного поля и магнитной проницаемости, рассчитанные по формулам (8.4), (8.5) и (8.1) могут быть оценены по формулам:

где $\frac{\mathsf{q}U_{_{\rm ИНТ}}}{U_{_{\rm ИНT}}}, \frac{\mathsf{q}I_1}{I_1}$ – относительные погрешности прямых однократных изме-

рений напряжения U_{инт} и тока I₁. Эти величины приведены в табл. 8.1.

Систематические абсолютные погрешности:

$$qB = \frac{g_B\%}{100\%}B$$
, $qH = \frac{g_H\%}{100\%}H$, $qm = \frac{g_m\%}{100\%}m$.

5. Оформить отчёт о выполнении работы в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание. Рисунок предельной петли гистерезиса и построенные согласно табл. 8.3 графики B = f(H) и m = f(H) прилагаются к отчёту.

Контрольные вопросы

1. Покажите на графике основную кривую намагничивания B(H) и зависимость $\mu(H)$ для ферромагнетиков:

а) при $T < T_{\rm c}$, ($T_{\rm c}$ – температура Кюри), б) при $T > T_{\rm c}$

2. В чем отличие основной кривой намагничивания от петли гистерезиса?

3. Назовите характерные свойства ферромагнетиков и особенности их намагничивания.

4. Опишите изменения доменной структуры ферромагнетика в процессе его намагничивания (по мере роста напряженности поля *H*).

5. От каких величин зависит:

а) напряженность Н магнитного поля тороида,

б) магнитная индукция В тороида с ферромагнитным сердечником,

в) магнитная проницаемость µ материала сердечника тороида?

6. Какие формулы (из приведенных в работе) показывают зависимость величин *B* и *H* от других величин?

7. Какие измеряемые величины, и какие формулы используют для определения следующих величин:

а) напряженности Н магнитного поля в сердечнике,

б) магнитной индукции В,

в) магнитной проницаемости µ материала сердечника?

8. Укажите способ включения и назначение следующих элементов:

а) сопротивления R_1 в цепи первичной обмотки,

б) интегратора тока в цепи вторичной обмотки.

9. Для чего используют значение тока в первичной обмотке, измеренное амперметром?

10. Назовите величины, пропорционально которым изменяются значения напряжений U_x и U_y (на входах X и У осциллографа).

11. Найдите характерные точки петли гистерезиса, координаты которых используют:

а) для определения параметров ферромагнетика $H_{\text{коэрц}}$, B_{ocm} , $H_{\mu ac}$ и $B_{\mu ac}$,

б) для построения основной кривой намагничивания *B*(*H*)?

12. По каким формулам в работе определяют следующие величины: а) остаточной индукции *B*_{ocm},

б) коэрцитивной силы *Н*_{коэрц},

в) магнитной проницаемости сердечника µ?

Лабораторная работа Э-9 ПОСТРОЕНИЕ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ ФЕРРОМАГНЕТИКА МЕТОДОМ СТОЛЕТОВА

Цель работы: построение основной кривой намагничивания B = f(H) и графика зависимости магнитной проницаемости от напряжённости магнитного поля ферромагнетика m = f(H).

Основные понятия теории ферромагнетизма даны в лабораторной работе Э-8.

Описание метода исследования

Впервые полное экспериментальное исследование зависимости B = f(H) проведено в 1871–1872 гг. профессором Московского университета А.Г. Столетовым. Он показал также, что напряжённость поля внутри ферромагнетика сильно зависит от формы образца и только в случае тороидального (кольцевого) образца, намагничиваемого кольцевой обмоткой, она совпадает с напряжённостью внешнего магнитного поля.

В данной работе для получения основной кривой намагничивания используют метод, предложенный А.Г. Столетовым. Он заключается в следующем. На кольце из ферромагнитного материала располагают две обмотки (рис. 9.1): первичная (намагничивающая) содержит N_1 витков, и вторичная (с числом витков N_2), предназначенная для измерения величины магнитной индукции *B*. Напряжённость магнитного поля, которое создаётся в кольцевом сердечнике при протекании по первичной обмотке тока I_1 , рассчитывается по формуле

$$H = I_1 \frac{N_1}{l} = n_1 I_1, \tag{9.1}$$

где $n_1 = N_1/l$, l – длина средней осевой линии сердечника. Это поле намагничивает кольцо. Магнитный поток в сечении кольца площадью *S*



F = BS. При его изменении во вторичной обмотке возникает ЭДС индукции

$$\Theta_i = -N_2 \frac{dF}{dt}.$$

Рис. 9.1. Трансформатор

Изменение магнитного потока достигается изменением направления тока I_1 . При этом

значение напряжённости поля H остается прежним, а изменяется лишь направление линий поля. В результате поток магнитной индукции изменяет от + F до – F, а приращение потока

$$\mathsf{DF} = -2 \mathsf{F} = -2BS. \tag{9.2}$$

Если цепь вторичной обмотки замкнуть, то в ней потечёт ток

$$I_2 = \frac{\boldsymbol{e}_i}{R} = -\frac{N_2}{R} \frac{d\mathsf{F}}{dt}, \qquad (9.3)$$

где R – сопротивление цепи вторичной обмотки. При протекании индукционного тока I_2 в этой цепи протекает заряд Q, величину которого можно рассчитать, используя формулы (9.2) и (9.3):

$$Q = \mathop{\mathbf{\check{O}}}_{0}^{T} 2dt = \mathop{\mathbf{\check{O}}}_{+\mathsf{F}} \mathop{\mathbf{\check{C}}}_{\mathsf{F}} \frac{N_2}{R} \frac{d\mathsf{F}}{dt} \stackrel{\mathbf{\ddot{O}}}{\overset{\mathbf{O}}{\overset{\mathbf{O}}{\overset{\mathbf{O}}}} dt = -\frac{N_2}{R} \mathsf{D}\mathsf{F} = 2\frac{N_2}{R} BS$$

Выражая из этого равенства индукцию магнитного поля, получим

$$B = \frac{QR}{2N_2S}.$$
(9.4)

где R, N_2 и S – величины, постоянные для данной установки. Заряд Q измеряют интегратором тока, подключённым к вторичной обмотке. При этом величина заряда, прошедшего через интегратор, пропорциональна показанию вольтметра $U_{\rm инт}$

$$Q = b \times U_{\rm MHT}, \tag{9.5}$$

где *b* – постоянная интегратора, *U*_{инт} – отсчёт по вольтметру.

Используя выражения (9.4) и (9.5), можно получить расчётную формулу для индукции магнитного поля в исследуемом кольцевом сердечнике

$$B = \frac{bR}{2N_2S} \times U_{\rm uhr} = k \times U_{\rm uhr}, \ k = \frac{bR}{2N_2S}.$$
 (9.6)

Описание установки

Оборудование: источник постоянного напряжения, мультиметры, миниблоки «Ферромагнетик», «Интегратор тока», «Сопротивление» 100 Ом, соединительные провода.

Электрическая схема установки показана на рис. 9.2.



Рис. 9.2. Электрическая схема установки

1 – источник постоянного регулируемого напряжения 0...15 В, 2 – амперметр,
3 – миниблок «Сопротивление» 100 Ом, 4 – переключатель направления тока
в первичной обмотке, 5 – тороид с первичной N₁ и N₂ и вторичной обмотками,
6 – миниблок «Ферромагнетик», 7 – демпферный ключ, 8 – интегратор тока,
9 – миниблок «Интегратор тока», 10 – вольтметр

Первичная N_1 и вторичная N_2 обмотки намотаны на ферромагнитный кольцевой сердечник. Первичную обмотку используют для намагничивания ферромагнетика и по её параметрам определяют напряжённость H намагничивающего поля. Переключатель 4 служит для изменения направления тока в первичной обмотке с целью перемагничивания сердечника. Резистор R_0 ограничивает ток в цепи.

Вторичная обмотка N_2 предназначена для определения индукции магнитного поля *B* в сердечнике. Интегратор тока 8 служит для измерения заряда *Q*, показываемого вольтметром 10 и пропорционального измеряемой величине *B*. Так как сердечник изготовлен из магнитомягкого ферромагнетика с малой величиной остаточной индукции B_{oct} , то для получения основной кривой намагничивания нет необходимости проводить предварительное размагничивание сердечника.

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить табл. 9.1.

Таблица 9.1

№	Наименование	Предел допускаемой относительной погрешности g	Абсолютная систематическая	
	приоори	(в % от измеренного значения)	погрешность q	
1	Вольтметр	$g_{\rm V} = \frac{qU}{U} = 0,5\%$	$qU = U \frac{0,5\%}{100\%} =$	В
2	Амперметр	$g_{A} = \frac{qI}{I} = 1,5\%$	$qI = I \frac{1,5\%}{100\%} =$	A

Средства измерений и их характеристики

2. Переключатель рода работ мультиметра 2 (рис. 9.2) перевести в положение «А...» и установить предел измерения «200 mA», а мультиметра 10 - в положение «V...» и установить предел измерения «20 V».

3. Начертить табл. 9.2 и занести в неё параметры миниблока «Ферромагнетик».

Результаты измерений и вычислений

Таблица 9.2

		~		1			
		Параме	тры мини	блока «Феј	рромагнет	ИК»	
	$b = 23, 7 \cdot 10^{-8}$	^B K π /B, $R = 1$	2,5 кОм, <i>N</i>	а = 100 вит.,	$N_2 = 200$ ви	ит., $l = 5,0.6$	см, S =
				25·мм²			
N⁰	<i>I</i> ₁ , мА	U_{1 инт, В	<i>U</i> _{2 инт} , В	$\mathbf{\acute{a}}U_{\mathrm{инт}}\mathbf{\widetilde{n}},\mathrm{B}$	<i>В</i> , Тл	<i>Н</i> , А/м	μ
1							
2							
					•••	•••	
Ν							

4. Собрать электрическую цепь установки по монтажной схеме, приведенной на рис. 9.3. *Внимание!* На общий вход **СОМ** мультиметров 2 и 10 подаётся отрицательное напряжение (провод «–» или « $^$ », на входы VW и mA – положительное напряжение (провод «+»).



Рис. 9.3. Монтажная схема установки 2 – миллиамперметр, 3 – миниблок «Сопротивление» 100 Ом, 6 – миниблок «Ферромагнетик»,9 – миниблок «Интегратор тока», 10 – вольтметр

5. Кнопками «Установка напряжения 0 ... +15 В» источника постоянного напряжения установить в первичной обмотке ток $I_1 = (6 \pm 0, 1)$ мА.

6. Разомкнуть демпфирующий ключ 7. Переключатель 4 перевести в *верхнее* положение, отмечая одновременно максимальное показание $U_{1 \text{ инт}}$ вольтметра. Записать его в табл. 9.2. Перевести ключ 7 в положение «Сброс».

7. Разомкнуть демпфирующий ключ 7. Переключатель 4 перевести в *нижнее* положение, отмечая одновременно максимальное показание $U_{2 \text{ инт}}$ вольтметра. Записать его в табл. 9.2. Перевести ключ 7 в положение «Сброс».

8. Последовательно задавая значения тока I_1 с шагом (3 ± 0,1) мА до 20 мА, а затем с шагом (10 ± 0,1) мА до 100 мА, измерить по пп. 6 и 7 для каждого тока максимальные показания вольтметра $U_{1 \text{ инт}}$ и $U_{2 \text{ инт}}$. Результаты занести в табл. 9.2.

9. Выключить из сети блоки питания генераторов напряжений и мультиметров.

Обработка результатов измерений

1. Рассчитать среднее значение $\langle U_{\mu \mu \tau} \rangle$ для каждого тока I_1 .

2. Рассчитать константы n_1 и k, необходимые для вычислений величин H и B, используя значения параметров установки и исследуемого образца.

3. Для каждого значения тока рассчитать по формулам (9.1) и (9.6) величины *H* и *B*, а по формуле

$$\mathbf{m} = \frac{B}{\mathbf{m}_0 H} (\Gamma ge \ \mathbf{m}_0 = 4p \times 10^{-7} \Gamma H/M)$$
(9.7)

– магнитную проницаемость ферромагнетика. Результаты расчетов записать в табл. 9.2.

4. По данным табл. 9.2 построить основную кривую намагничивания B = f(H) и график зависимости m = f(H).

5. Оценить погрешности измерений:

5.1. Систематические относительные погрешности косвенных однократных измерений магнитной индукции, напряжённости магнитного поля и магнитной проницаемости, рассчитанные по формулам (9.1), (9.6) и (9.7) могут быть оценены по формулам:

где $\frac{qU_{_{\rm ИHT}}}{U_{_{\rm ИHT}}}$, $\frac{qI_1}{I_1}$ – относительные погрешности прямых однократных изме-

рений напряжения U_{инт} и тока I₁. Эти величины приведены в табл. 9.1.

Систематические абсолютные погрешности находятся по формулам:

$$qB = \frac{g_B\%}{100\%}B$$
, $qH = \frac{g_H\%}{100\%}H$, $qm = \frac{g_m\%}{100\%}m$.

6. Оформить отчет по работе в соответствии с прилагаемым образцом. В выводе отразить особенности формы опытных кривых:

а) сопоставить ход кривой намагничивания с положением максимума на графике m = f(H);

б) сравнить полученные кривые с известными теоретическими и экспериментальными зависимостями.

Примечание. Построенные согласно табл. 9.2 графики B = f(H) и m = f(H) прилагаются к отчёту.

Контрольные вопросы

1. Покажите вид основной кривой намагничивания B(H) и графика зависимости относительной магнитной проницаемости от напряженности поля $\mu = f(H)$ для ферромагнетиков:

a) при *T* < *T*_c,

б) при $T > T_c$ (T_c – температура Кюри).

2. Чем отличается основная кривая намагничивания ферромагнетика от аналогичной зависимости B(H) для неразмагниченного образца?

3. Назовите характерные свойства ферромагнетиков и особенности их намагничивания.

4. Опишите изменения доменной структуры ферромагнетика в процессе его намагничивания (по мере роста напряженности поля *H*).

5. От каких величин зависят:

а) напряженность Н магнитного поля тороида;

б) индукция В магнитного поля тороида с ферромагнитным сердечником;

в) магнитная проницаемость µ сердечника тороида?

6. Какие формулы (из приведенных в описании работы) показывают зависимость параметров магнитного поля *В* и *H* от других величин?

7. От чего и каким образом зависит заряд *Q*, измеряемый с помощью интегратора тока? Какой ток протекает в приборе?

8. Укажите назначение интегратора тока.

9. Для чего используют переключатель 4 при проведении измерений?

10. Какие измеряемые величины, и какие формулы используют для определения следующих величин:

а) напряженности Н магнитного поля в сердечнике;

б) магнитной индукции В;

в) магнитной проницаемости µ материала сердечника?

Лабораторная работа Э-10 ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ФЕРРОМАГНЕТИКА ОТ НАПРЯЖЁННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Цель работы: построение графика зависимости магнитной проницаемости ферромагнетика от напряжённости магнитного поля m = f(H) и основной кривой намагничивания B = f(H).

Ферромагнетики – это вещества, обладающие особыми магнитными свойствами (железо, кобальт, никель, их сплавы). К особым свойствам относится, в первую очередь, нелинейная зависимость индукции B магнитного поля внутри ферромагнетика от напряжённости намагничивающего поля H. Это значит, что магнитная проницаемость mферромагнетиков, характеризующая их магнитные свойства, также является функцией напряжённости магнитного поля.

Рассмотрим замкнутую тороидальную катушку, имеющую ферромагнитный сердечник. По причине, указанной выше, те характеристики катушки, которые связаны с магнитной проницаемостью сердечника, будут зависеть от значения *H*. К таким характеристикам относятся, например, индуктивность катушки

$$L = m_0 m \frac{N^2 S}{l}, \qquad (10.1)$$

и её индуктивное сопротивление переменному току

$$X_L = WL$$

где $\mu_0 = 4p \times 10^{-7} \Gamma/M$ – магнитная постоянная, N – число витков, S – площадь поперечного сечения сердечника, l – длина средней осевой линии сердечника, W – циклическая частота переменного тока.

Описание метода исследования

В данной работе измерение магнитной проницаемости сердечника m основано, согласно формуле (10.1), на измерениях индуктивности L катушки и её геометрических параметров N, l и S. Для определения индуктивности достаточно измерить индуктивное сопротивление катушки переменному току известной частоты w. Полное сопротивление катушки переменному току

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \gg \mathsf{W}L, \qquad (10.2)$$

так как на частоте свыше 200 Гц обычно $R << X_L$, и активным сопротивлением катушки R можно пренебречь. Закон Ома позволяет определить величину Z путём измерений тока I и напряжения U на участке цепи, содержащем катушку

$$Z = U/I. \tag{10.3}$$

Расчётная формула для определения магнитной проницаемости, полученная с использованием выражений (10.1), (10.2), (10.3), имеет следующий вид:

$$\mathsf{m} = \frac{Ll}{\mathsf{m}_0 N^2 S} = \frac{Ul}{I \mathsf{w} \mathsf{m}_0 N^2 S} = b \frac{U}{I}, \qquad (10.4)$$

где $b = \frac{l}{wm_0 N^2 S}$ – постоянная установки. Напряжённость магнитного поля,

которое создаётся в кольцевом сердечнике при протекании по обмотке тока *I*, можно рассчитать по формуле

$$H = \frac{NI}{l}.$$
 (10.5)

Таким образом, каждому значению тока *I* соответствуют опредёленная напряжённость магнитного поля *H*, магнитная проницаемость сердечника Ми индукция магнитного поля *B*

$$B = \mathfrak{m}_0 \mathfrak{m} H . \tag{10.6}$$

Определяя величины *H*, m и *B* при различных токах, можно экспериментально установить следующие зависимости:

а) B = f(H) – зависимость магнитной индукции от напряжённости магнитного поля (основная кривая намагничивания ферромагнетика);

б) m = f(H) – зависимость магнитной проницаемости сердечника от напряжённости магнитного поля.

Описание установки

Оборудование: миниблоки «Ферромагнетик», «Сопротивление», генератор сигналов специальной формы (ГССФ), мультиметры, соединительные провода.

Электрическая схема установки показана на рис. 10.1.



Рис. 10.1. Электрическая схема установки 1 – ГССФ, 2 – миллиамперметр, 3 – миниблок «Сопротивление» 100 Ом, 4 – вольтметр, 5 – кольцевой сердечник с обмотками N₁ и N₂, 6 – миниблок «Ферромагнетик»

На кольцевой сердечник 5, изготовленный из исследуемого ферромагнитного материала, намотаны N_1 проволочных витков. Эта обмотка, по которой пропускают переменный ток частоты более 200 Гц, служит для намагничивания магнетика. По параметрам обмотки определяют напряжённость H намагничивающего поля. Генератор напряжений специальной формы 1 позволяет изменять напряжение U, и ток I в обмотке тороида. Эти величины измеряют соответственно вольтметром и миллиамперметром.

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить табл. 10.1.

2. Переключатель рода работ мультиметра 2 (рис. 10.1) перевести в положение «А~» и установить предел измерения «200 mA», а мультиметра 10 - в положение «V~» и установить предел измерения «2 V».

3. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, приведённой на рис. 10.2.

Таблица 10.1

	Hameananan	Предел допускаемой	Абсолютная
N⁰	паименование	относительной погрешности g	систематическая
	приобра	(в % от измеренного значения)	погрешность q
1	Вольтметр	$g_{\rm V} = \frac{qU}{U} = 0,8\%$	$qU = U \frac{0,8\%}{100\%} = B$
2	Амперметр	$g_{A} = \frac{qI}{I} = 1,8\%$	$qI = I \frac{1,8\%}{100\%} = A$







Средства измерений и их характеристики

3. Начертить табл.10.2 и занести в неё параметры миниблока «Ферромагнетик»

Таблица 10.2

		2	1												
		Параметры ми	ниблока «Фер	ромагнетик»											
$N_1 =$	$N_1 = 100$ вит., $l = 5,0 \cdot \text{см}, S = 25 \cdot \text{мм}^2, v = \Gamma_{\text{Ц}}, \omega = 2\pi v = \text{с}^{-1}, b = \text{A/B}$														
N⁰	<i>I</i> , мА	<i>U</i> , B	<i>В</i> , Тл	<i>Н</i> , А/м	μ										
1															
2															
N															

Результаты измерений и вычислений

4. Включить в сеть блоки питания генераторов напряжений и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка».

5. Кнопками «Установка частоты 0,2 – 20 кГц» установить любую частоту n от 200 до 500 Гц. Записать значение n в табл. 10.2.

6. Кнопками «Установка уровня выхода 0 ... 15 В» генератора сигналов последовательно увеличить ток в обмотке тороида *I* от 0 до 100 мА. Измерения до 20 мА следует проводить через ($3 \pm 0,1$) мА. При больших токах шаг следует увеличить до ($10 \pm 0,1$) мА. Результаты измерений тока и напряжения записать в табл. 10.2.

7. **Выключить из сети** блоки питания генераторов напряжений и мультиметров.

Обработка результатов измерений

1. Вычислить по формуле

$$b = \frac{l}{\mathsf{wm}_0 N_1^2 S}$$

постоянную установки b.

2. По формулам (10.4), (10.5) и (10.6) для каждого значения тока рассчитать величины m, H и B. Результаты расчётов записать в табл. 10.2.

3. По данным табл. 10.2 построить основную кривую намагничивания B = f(H) и график зависимости m = f(H).

4. Оценить погрешности измерений:

4.1. *Систематические относительные* погрешности косвенных однократных измерений магнитной индукции, напряжённости магнитного поля и магнитной проницаемости, рассчитанные по формулам (10.4), (10.5) и (10.6) могут быть оценены по формулам:

$$g_{\rm B} = \frac{qU}{U}, \qquad g_{\rm H} = \frac{qI}{I}, \qquad g_{\rm m} = 1, 1 \sqrt{\frac{a g U}{c} \frac{\ddot{o}^2}{U} + \frac{a g I}{c} \frac{\ddot{o}^2}{I}},$$

где $\frac{qU}{U}$, $\frac{qI}{I}$ – относительные погрешности прямых однократных измере-

ний напряжения U и тока I. Эти величины приведены в табл. 10.1.

Систематические абсолютные погрешности находятся по формулам:

$$qB = \frac{g_B\%}{100\%}B$$
, $qH = \frac{g_H\%}{100\%}H$, $qm = \frac{g_m\%}{100\%}m$

5. Оформить отчёт о выполнении работы в соответствии с прилагаемым образцом. В выводе отразить особенности формы опытных кривых:

а) сопоставить ход кривой намагничивания с положением максимума на графике m = f(H).

б) сравнить полученные кривые с известными теоретическими и экспериментальными зависимостями.

Примечание. Построенные согласно табл. 10.2 графики B = f(H) и m = f(H) прилагаются к отчёту.

Контрольные вопросы

1. Покажите вид основной кривой намагничивания *B*(*H*) и графика зависимости относительной магнитной проницаемости от напряженности μ(*H*) магнитного поля для ферромагнетиков:

a) при *T*<*T*_c;

б) при *T*>*T*_c (*T*_c – температура Кюри).

2. Чем отличается основная кривая намагничивания ферромагнетика от аналогичной зависимости *B*(*H*) для неразмагниченного образца?

3. Назовите характерные свойства ферромагнетиков и особенности их намагничивания.

4. Опишите изменения доменной структуры ферромагнетика в процессе его намагничивания (по мере роста напряженности поля *H*).

5. От каких величин зависят:

а) напряженность Н магнитного поля тороида;

б) индукция В магнитного поля тороида с ферромагнитным сердечником;

в) магнитная проницаемость µ сердечника тороида?

6. Какие формулы (из записанных в работах N_{2} 8, 9) показывают зависимость параметров магнитного поля *B* и *H* от других величин?

7. Какая зависимость составляет основу метода определения магнитной проницаемости сердечника?

8. Какой закон используется в работе для определения полного сопротивления катушки в цепи переменного тока?

9. Какие измеряемые величины входят в расчетную формулу для магнитной проницаемости сердечника?

10. Какие экспериментальные зависимости можно получить, определяя µ, *H* и *B* при различных токах?

11. Какой элемент электрической цепи служит для изменения напряжения *U*?

12. Какие формулы используют для определения следующих величин:

а) напряженности Н магнитного поля в сердечнике;

б) магнитной индукции В;

в) магнитной проницаемости µ материала сердечника?

13. Какие измеренные величины используются для построения основной кривой намагничивания?

Лабораторная работа Э-11 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ КЮРИ И МАГНИТНОГО МОМЕНТА КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКИ ФЕРРИМАГНЕТИКА

Цель работы: исследование температурной зависимости индукции магнитного поля ферримагнетика, вычисление магнитного момента его кристаллической ячейки и определение температуры Кюри.

Ферриты – это сложные системы окислов железа с окислами других металлов, чаще всего двухвалентных, это химические соединения типа MeO·Fe₂O₃, где Me – атом другого металла (железа, никеля, цинка, марганца и др.). Так как разные вещества имеют разное строение электронных оболочек, то атомные магнитные моменты их отличаются по величине и расположению в пространстве. Получается, что одинаково ориентированные атомные магнитные моменты образуют в кристаллической решётке вещества магнитную подрешётку. Если в кристалле имеются две магнит-

ные подрешётки с равными и антипаралельными суммарными магнитными моментами, то кристалл антиферромагнитен.

Магнитные моменты подрешёток (одна подрешётка образована ионами железа, другая – также ионами железа с другой степенью окисления или ионами другого металла) могут быть взаимно не скомпенсированы, тогда кристалл ферримагнитен (рис. 11.1 а). Такой кристалл имеет спонтанную намагниченность и доменную структуру.



Рис.11.1. Виды магнитного упорядочения атомов: а) ферримагнитное упорядочение (FeO Fe₂O₃), б) ферромагнитное упорядочение (Fe)

Во внешнем магнитном поле ферримагнетик намагничивается подобно ферромагнетику, в котором магнитные моменты атомов ориентированы в одну сторону (рис. 11.1 б), но остаточная индукция ферритов значительно ниже, чем ферромагнетиков за счёт компенсации магнитных моментов.

В силу своей оксидной природы ферриты обладают большим удельным сопротивлением, то есть они практически не имеют потерь энергии на вихревые токи. Ферриты широко используются для изготовления постоянных магнитов, ферритовых антенн, сердечников радиочастотных контуров, элементов оперативной памяти в вычислительной технике и т.д.

Точка Кюри – это температура Т_к, выше которой намагниченность каж-

дого домена ферромагнетика равна нулю. Причина этого – тепловое движение, разрушающее доменную структуру. В результате вещество переходит из ферримагнитного состояния в парамагнитное.

По мере уменьшения температуры ферримагнетика от точки Кюри, его намагниченность M возрастает, так как магнитные моменты элементарных кристаллических ячеек в пределах каждого домена стремятся выстроиться параллельно друг другу. При достаточно низких температурах магнитные моменты всех доменов устанавливаются вдоль вектора магнитной индукции внешнего поля: наступает магнитное насыщение, при котором намагниченность M_s ферримагнетика максимальна. Её величина равна сумме магнитных моментов кристаллических ячеек p_m в этом объёме.

$$M_s = \frac{N_A}{M} \mathbf{r} \times p_m, \tag{11.1}$$

где N_A – число Авогадро, M – молекулярная масса, соответствующая формульной единице ферримагнетика, г – его плотность. Строго говоря, полное насыщение ферримагнетика, при котором справедлива формула (11.1), наступает при термодинамической температуре T = 0. Соответствующую этой температуре величину $M_s(0)$ можно найти из связи магнитной индукции B с намагниченностью M

$$\dot{B} = \mathfrak{m}_{0}(\dot{H} + \dot{M}), \qquad (11.2)$$

где $m_b = 4p \times 10^{-7} \Gamma H/M$ – магнитная постоянная.

Описание метода исследования

Согласно выражению (11.2) при T = 0 намагниченность насыщения $M_s(0)$ имеет вид

$$M_s(0) = \frac{1}{m_b} B_s(0) - H_s(0)$$

Так как $H_s(0) << \frac{1}{m_b} B_s(0)$, то

$$M_s(0) \gg \frac{1}{m_b} B_s(0)$$
 (11.3)

Магнитную индукцию насыщения $B_s(0)$ можно найти экстраполяцией графика температурной зависимости $B_s = f(T)$ в область абсолютного нуля температуры. В работе Э-8 описан метод определения индукции магнитного поля в ферромагнетике с помощью предельной петли гистерезиса и получена формула для магнитной индукции насыщения в вершине петли гистерезиса

$$B_s = k U_{\rm MHT} \sqrt{2} , \qquad (11.4)$$

где

$$k = \frac{b \times R_2}{N_2 \times S} \tag{11.5}$$

– коэффициент, зависящий от параметров установки, $U_{\rm инт}$ – действующее значение выходного напряжения интегратора. Для построения графика зависимости магнитной индукции насыщения от температуры ферромагнетика измеряют напряжение $U_{\rm инт}$ при нагревании образца. По мере роста температуры индукция насыщения (а значит и выходное напряжение интегратора) уменьшается, а напряжённость магнитного поля остаётся постоянной, так как она от температуры не зависит. При этом площадь петли гистерезиса уменьшается и по достижении температуры Кюри петля вы-



Рис. 11.2. Зависимость индукции насыщения ферримагнетика от температуры

рождается в прямую линию. В эксперименте получают зависимость $B_s = f(T)$, вид которой показан на рис. 11.2. Участок кривой (1–N) проводят по опытным точкам. При этом ось температуры на графике начинается с 0 К. Для определения $B_s(0)$ из точки 1 продолжают зависимость $B_s = f(T)$ до T = 0 К двумя линиями: проводят нормаль к оси B_s и касательную к кривой на начальном участке. Точки пересечения этих линий с осью B_s дают интервал DB_s , внутри которого лежит искомая величина

$$B_s(0) = B_{s1} + \frac{1}{2} D B_s.$$

Используя найденное значение $B_s(0)$, можно по формуле (11.3) найти намагниченность $M_s(0)$ при насыщении, а затем с помощью соотношения (11.1) – величину магнитного момента p_m кристаллической ячейки ферримагнетика

$$p_m = M_s(0) \frac{1}{\mathsf{r}} \frac{M}{N_A},\tag{11.6}$$

По графику зависимости $B_s = f(T)$ можно также определить температуру Кюри T_K данного ферримагнетика. Если последняя экспериментальная точка N близка к оси температур, то при нагревании была достигнута температура Кюри; при этом точка пересечения опытной кривой с осью T(где $B_s = 0$) дает значение T_K . Если же последняя экспериментальная точка отстоит далеко от оси температур, то температуру Кюри находят путём экстраполяции опытной зависимости до значения $B_s = 0$. Для этого, аналогично описанному выше, продолжают кривую из конечной точки N до оси температур двумя линиями (касательной к кривой и нормалью к оси), и по найденному интервалу DT оценивают в первом приближении значение температуры Кюри $T_{\rm K}$:

$$T_{\rm K} = T_N + \frac{1}{2} \mathsf{D}T$$
 (11.7)

Описание установки

Оборудование: генератор сигналов специальной формы, генератор регулируемого постоянного напряжения, мультиметры, осциллограф, миниблоки «Сопротивление 100 Ом», «Интегратор тока», «Точка Кюри», соединительные провода.

Электрическая схема цепи представлена на рис. 11.3.



Рис. 11.3. Электрическая схема установки:

1 – ГССФ, 2 – миниблок «Сопротивление 100 Ом», 3 – тороид с обмотками, 4 – миниблок «Точка Кюри», 5 – демпферный ключ, 7 – миниблок «Интегратор тока», 8 – электронагреватель, 9 – источник регулируемого напряжения 0 … +15 В, 10 – термопара, 11 – мультиметр, U_X – напряжение на входе X осциллографа, $U_{\rm инт} = U_Y$ – напряжение на входе Y осциллографа, 12 – мультиметр

Образец в виде тороида прямоугольного сечения, выполнен из никельцинкового феррита NiOZnO ' $2Fe_2O_3$. На тороид намотаны первичная N_1 и вторичная N_2 обмотки. Первичную обмотку, по которой протекает переменный ток, используют для намагничивания ферримагнетика и по её параметрам определяют напряжённость магнитного поля *H*. Вторичная обмотка предназначена для измерения индукции *B* магнитного поля в сердечнике. Для этого напряжение $U_{инт}$ с интегратора тока 7 измеряется вольтметром 12 и подаётся на вход Y осциллографа для наблюдения петли гистерезиса на его экране. Электронагреватель 8 нагревает исследуемый ферримагнетик. Рядом с ним расположена термопара 10, предназначенная для измерения температуры образца с помощью мультиметра 11.

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить табл. 11.1.

Таблица 11.1

		1 1 1	1
	Националация	Предел допускаемой	Абсолютная
N⁰	паименование	относительной погрешности g	систематическая
	приоора	(в % от измеренного значения)	погрешность q
1	Вольтметр	$g = \frac{qU}{U} = 0.8 \ \%$	$qU = U \frac{0.8\%}{100\%} = B$
2	Термометр	$g_{t} = \frac{q(t^{O}C)}{t^{O}C} = 1\%$	цена миним. стабильного раз- ряда дисплея мультиметра °С

Средства измерений и их характеристики

2. Переключатель рода работ мультиметра 12 (рис. 11.3) перевести в положение «V~» и установить предел измерения «2 V», а мультиметр 11 – в режим «°С».

3. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, приведённой на рис. 11.4.





4. Коаксиальный кабель подключить к входу осциллографа «CH2 (Y)», красный штекер кабеля соединить через наборное поле с выходом интегратора C, а синий – с шиной наборного поля «^ » («земля»). Второй кабель

подключить к входу «CH1 (X)» осциллографа, красный штекер кабеля соединить с входом А миниблока «Реостат», а синий – с шиной наборного поля «^ » («земля»).

5. Установить переключатели и регуляторы, расположенные на лицевой панели осциллографа, в положения, указанные в таблице. на рис. 11.5, если используется осциллограф «MOS-620», или в таблице на рис. 11.6, если используется осциллограф «GOS-625».

6. Кнопками «СЕТЬ» включить питание блоков генераторов напряжений и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка». Установить режим синусоидального напряжения. Установить в положение «Сброс» демпферный ключ миниблока «Интегратор тока». Кнопками «Установка частоты 0,2 – 20 кГц» на ГССФ установить частоту 500 Гц.

7. Включить кнопку «POWER» («СЕТЬ»), расположенную на панели осциллографа под экраном, при этом должен зажечься светодиодный индикатор. При помощи регуляторов «INTEN» и «FOCUS», расположенных там же, установить соответственно оптимальную яркость и фокусировку луча.

Внимание! Для предотвращения повреждения люминофора электронно-лучевой трубки не устанавливайте чрезмерную яркость луча и не оставляйте без необходимости длительное время неподвижное пятно на экране.

С помощью регуляторов «< POSITION >» и «POSITION $\frac{D}{\tilde{N}}$ » вывести электронный луч в центр координатной сетки экрана.

8. Кнопкой **D** «Установка уровня выхода 0 ... 15 В» генератора сигналов специальной формы увеличивать ток I_1 в первичной обмотке до получения на экране осциллографа изображения *предельной* петли гистерезиса. Петля считается предельной, если у неё появляются «усы» и рост тока не приводит к увеличению её площади.

9. Медленно вращая по часовой стрелке регулятор 15 «VOLTS/DIV» (MOS-620) или 11 «VAR» (GOS-625) на панели осциллографа, увеличить вертикальный размер петли примерно до 8 больших делений сетки экрана.

10. Медленно вращая по часовой стрелке регулятор 6 «VOLTS/DIV» (MOS-620) или 7 «VAR» (GOS-625) на панели осциллографа, увеличить горизонтальный размер петли примерно до 10 больших делений масштабной сетки экрана.

11. Регуляторами осциллографа «< POSITION >» и «POSITION $\frac{D}{\tilde{N}}$ » установить петлю симметрично относительно центра координатных осей.

12. Начертить табл. 11.2 и занести в неё параметры опытной установки.



Рис. 11.5. Передняя панель осциллографа MOS-620 и таблица положений органов управления

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
*	*	+	1v	Χ	/	AC	*	_	CH	_	AC	*	Y	/	0,2v	Н	Н	Н	Н	Н	Н	XY	/	_	*

«+» – нажать, «–» – отжать, «*» – среднее положение, «/» – против часовой стрелки до упора,

«н» – не используется

102



Рис. 11.6. Передняя панель осциллографа GOS-625 и таблица положений органов управления

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	25	26	27	28	29	30	31
*	*	+	1v		Х	/	0,2v		Y	/	Н	_	/	_	Н	_	Н	XY	+	l	*	_	*	CH2	*	

«+» – нажать, «-» – отжать, «*» – среднее положение, «/» – против часовой стрелки до упора,

«н» – не используется

103

Таблица 11.2

$b = 23 \times 10^8$ Кл/В, $R_2 = 2,5$ кОм, $N_1 = 100$ вит, $S = 25$ мм ² .				
Магнетик в виде тороида прямоугольного сечения из никель-цинкового феррита:				
$\Gamma = 6,3 \times 10^{3}$ кг/м ³ , $m = 50 \times 10^{-3}$ кг, $M = 480$ кг/кмоль, $N_{\rm A} = 6,022 \times 10^{26}$ 1/кмоль				
N⁰	t, °C	<i>Т</i> , К	$U_{\rm инт},{ m B}$	<i>B</i> _s (0)×10 ⁻³ , Тл
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Параметры установки и результаты измерений

13. Измерить температуру t °C феррита и напряжение на выходе интегратора $U_{инт}$, соответствующие магнитной индукции насыщения B_S . Результаты измерений записать в табл. 11.2.

14. Кнопками «Установка напряжения 0 ... +15 В» регулируемого источника постоянного напряжения выставить по световому индикатору максимальное напряжение на электронагревателе.

15. По мере нагревания образца через каждые 5° С измерять температуру t °С и напряжение $U_{инт}$ до тех пор, пока петля гистерезиса не превратится в прямую линию. Результаты измерений записать в табл. 11.2.

16. Выключить из сети блоки питания генераторов напряжений и мультиметров.

Обработка результатов измерений

1. Рассчитать по формуле (11.5) коэффициент *k*, зависящий от параметров установки.

2. По данным табл. 11.2 рассчитать по формуле (11.4) значения магнитной индукции насыщения *B_S* для каждой температуры.

3. Используя результаты расчетов табл. 11.2, построить график зависимости $B_S = f(T)$, начиная ось температур с 0 К. (рис. 11.5).

4. По графику путем экстраполяции определить температуру Кюри ферримагнетика.

5. Из точки 1 графика провести нормаль и касательную к кривой на его начальном участке до пересечения с осью B_S . Из точек оси температур

273 К и Т¹ провести нормали до пересечения с касательной.



Рис. 11.5. Зависимость индукции насыщения ферримагнетика от температуры

6. Рассчитать индукцию насыщения ферримагнетика при T = 0 по формуле

$$B_{S}(0) = B_{S1} + \frac{1}{2} \mathsf{D}B_{S} \,,$$

где

$$\mathsf{D}B_S = \frac{(B_{S2} - B_{S1})(T^1 - 0 K)}{(T^1 - 273 K)}$$

– интервал индукции насыщения, внутри которого лежит искомая величина (рассчитывается по графику).

7. С помощью формул (11.3), (11.6) и числовых данных из табл. 11.2 рассчитать намагниченность насыщения $M_S(0)$ и магнитный момент p_m кристаллической ячейки ферримагнетика.

8. Сравнить магнитный момент кристаллической ячейки p_m с величиной спинового магнитного момента электрона, равного магнетону Бора $m_b = 0.927 \times 10^{-23} \text{ A/m}^2$.

9. Оформить отчет о выполнении работы в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание. Построенный согласно табл. 11.2 график $B_S = f(T)$ прилагается к отчету.

Контрольные вопросы

1. Покажите вид основной кривой намагничивания B(H) и графика зависимости магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля $\mu(H)$ для следующих магнетиков:

а) диамагнетиков,

б) парамагнетиков,

в) ферромагнетиков при $T < T_{\rm K}$, г) ферромагнетиков при $T > T_{\rm K}$.

2. Какой вид имеет основная кривая намагничивания ферромагнетика?

3. Как изменяется петля гистерезиса *В*(*H*) при нагревании ферромагнетика? Какой вид принимает зависимость *В*(*H*) при температуре выше точки Кюри?

4. Назовите характерные свойства ферромагнетиков и особенности их намагничивания.

5. Опишите изменения доменной структуры ферромагнетика в процессе его намагничивания (по мере роста напряженности поля *H*).

6. Опишите механизм намагничивания ферромагнетика при температурах:

а) ниже точки Кюри,

б) выше точки Кюри,

7. От каких величин зависит:

а) напряженность Н магнитного поля тороида,

б) индукция В магнитного поля тороида с ферримагнитным сердечником,

в) магнитная проницаемость µ сердечника тороида?

8. Какие измеряемые величины и какие формулы используют для определения следующих величин:

а) напряженности Н магнитного поля в сердечнике,

б) магнитной индукции насыщения *B_S*?

9. Укажите способ включения и назначение следующих элементов:

а) сопротивления R_1 в цепи первичной обмотки,

б) интегратора в цепи вторичной обмотки.

10. Назовите величины, пропорционально которым изменяются значения напряжений U_x и U_y (на входах X и Y осциллографа).

11. По каким формулам в работе определяют следующие величины:

а) индукцию насыщения B_S ,

б) намагниченность J_S образца при насыщении,

в) магнитный момент µ молекулы ферромагнетика?

12. С какой целью в работе строят график зависимости $B_S(T)$?

13. Каким образом по графику *B*_S(*T*) определяют температуру точки Кюри ферромагнетика?

Лабораторная работа Э-12 ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: наблюдение на осциллографе электромагнитных затухающих колебаний, определение основных характеристик таких колебаний, оценка погрешностей измерений.

Электромагнитные колебания представляют собой периодическое изменение электрических зарядов, токов, электрического и магнитного полей. Получить электромагнитные колебания можно в колебательном контуре. Он представляет собой электрическую цепь из последовательно соединенных конденсатора C, катушки индуктивности L и резистора с активным сопротивлением R (в качестве последнего может служить и собственное омическое сопротивление катушки) (рис. 12.1).

Если конденсатор зарядить, то есть сообщить ему запас энергии



$$W_{\rm ЭЛ} = \frac{Q^2}{2C},$$

а затем ключом К замкнуть контур, конденсатор начнет разряжаться через катушку и в цепи появится быстро нарастающий ток. Согласно закону Фарадея, этот ток вызовет на концах катушки ЭДС самоиндукции, имеющую знак, противоположный знаку разности потенциалов на обкладках конденсатора. Вследствие этого скорость нарастания тока в контуре будет постепенно уменьшаться до

тех пор, пока конденсатор полностью не разрядится. В этот момент сила тока в цепи будет максимальна. Энергия электрического поля конденсатора перейдёт в энергию магнитного поля катушки

$$W_{\rm Mar} = \frac{LI^2}{2}.$$

В дальнейшем ток, сохраняя свое прежнее направление, перезаряжает конденсатор. На его обкладках появляется разность потенциалов, противоположная по знаку первоначальной, что приводит к уменьшению тока, а значит, и магнитного поля катушки. Возникающая при этом ЭДС самоиндукции будет поддерживать уменьшающийся ток. В момент времени, когда ток прекратится, конденсатор полностью перезарядится: заряд, разность потенциалов на его обкладках и ЭДС самоиндукции будут максимальны. После этого вновь начинается разряд конденсатора через катушку, и процесс повторяется в противоположном направлении.

Найдём зависимость заряда на обкладках конденсатора от времени. Из закона сохранения энергии следует, что убыль энергии электрического и
магнитного полей в реальном контуре равна количеству выделенного контуром тепла:

$$-d \operatorname{g}^{2} \frac{\partial \mathcal{L}I^{2}}{\partial 2} + \frac{Q^{2} \ddot{o}}{2C \frac{1}{\dot{\phi}}} = I^{2} R dt.$$

Считая, что индуктивность *L* не зависит от времени, проведём дифференцирование и обозначим:

$$I = -\frac{dQ}{dt}, \qquad \frac{dI}{dt} = -\frac{d^2Q}{dt^2}, \qquad \frac{R}{L} = 2d, \qquad \frac{1}{LC} = w_0^2.$$

Получим

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + 2\mathsf{d}\frac{dQ}{dt} + \mathsf{w}_0^2 Q = 0.$$

Решение этого дифференциального уравнения при б<< w₀ имеет вид

$$Q = Q_0 e^{-dt} \cos(wt + j_0), \qquad (12.1)$$

где $w = \sqrt{w_0^2 - d^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ – циклическая частота колебаний,

 $W_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – циклическая частота свободных незатухающих колебаний,

 Q_0 - начальный заряд конденсатора, j $_0$ - начальная фаза, d = $\frac{R}{2L}$ - коэффи-

циент затухания – величина, обратная промежутку времени t, в течение которого амплитуда убывает в е раз. Величину t называют временем релаксации.

Выражение (12.1) можно представить в виде, похожем на гармонические колебания:

$$Q = Q_m(t)\cos(w t + j_0),$$
 (12.2)



Рис. 12.2. Затухающие колебания

где
$$Q_m(t) = Q_0 e^{-dt} -$$
амплитуда колебаний заряда, которая, в отличие от гармонических колебаний, не является постоянной, а уменьшается со временем по экспоненте.

График функции (12.1) представлен на рис. 12.2. Подобным же образом будут изменяться сила тока в контуре и разность потенциалов на обкладках конденсатора. Из рис. 12.2 видно, что хотя затухающие колебания не являются периодическими в строгом смысле этого слова, этот процесс обладает определенной повторяемостью: максимальные и минимальные значения заряда, тока и разности потенциалов достигаются через одинаковые промежутки времени *T*. Эту величину и называют *периодом свободных затухающих колебаний (условным периодом)*

$$T = \frac{2p}{w} = \frac{2p}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}.$$
 (12.3)

Наряду с коэффициентом затухания б пользуются и другой величиной – логарифмическим декрементом затухания q. Он равен натуральному логарифму отношения двух последовательных амплитуд, разделённых промежутком времени, равным периоду колебаний T

$$\mathbf{q} = \ln \frac{U_t}{U_{t+T}}.$$
(12.4)

Можно показать, что

$$q = dT = \frac{R}{2L}T.$$
(12.5)

Из выражения (12.3) видно, что с увеличением сопротивления контура период колебаний в нём возрастает и при условии



Рис. 12.3. Апериодический процесс

$$\frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$$

обращается в бесконечность. Это значит, что колебания в контуре не возникают. Наступает апериодический разряд, характер которого показан на рис. 12.3. *Минимальное* сопротивление контура, при котором не возникают колебания, называется *критическим*. Его можно определить по формуле

$$R_{\rm Kput} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$
 (12.6)

Описание метода исследования

Если конденсатор колебательного контура зарядить с помощью однополярного прямоугольного импульса напряжения, а затем напряжение с обкладок подать на вход вертикальной развертки осциллографа, то на его экране будет наблюдаться осциллограмма униполярного импульса с затухающими колебаниями (рис. 12.4). Период этих колебаний можно найти по формуле

$$T = k_x \frac{l}{N},\tag{12.7}$$

где k_x – коэффициент горизонтальной развертки осциллографа, l – длина участка этой развертки, на котором укладывается N полных колебаний.

Амплитуды напряжения на конденсаторе U_t и U_{t+T} , необходимые для расчёта логарифмического декремента q, находятся по формуле

$$U = k_{v}h, \qquad (12.8)$$

где k_y – коэффициент вертикального отклонения осциллографа, h – величина этого отклонения (пунктирные линии на рис. 12.4).



Рис. 12.4. Затухающие колебания напряжения на пластинах

По известным значениям логарифмического декремента и периода затухающих колебаний можно найти значение коэффициента затухания

$$d = \frac{q}{T}.$$
 (12.9)

Критическое сопротивление колебательного контура $R_{\rm крит}$ находят, наблюдая, по мере увеличения его активного сопротивления, за изменением осциллограммы затухающих колебаний. Признаком выхода колебательного процесса на режим апериодического разряда конденсатора является получение кривой U(t) не содержащей колебаний (рис. 12.3). Тогда критическое сопротивление контура находится как сумма активного сопротивления катушки индуктивности $R_{\rm k}$ и реостата $R_{\rm p}$

$$R_{\rm KPUT} = R_{\rm K} + R_{\rm p} \,. \tag{12.10}$$

Описание установки

Оборудование: генератор сигналов специальной формы (ГССФ), миниблоки «Реостат», «Конденсатор», «Катушка», осциллограф, мультиметр, соединительные провода.



Рис. 12.5. Передняя панель миниблока «Реостат»

Маркировка на миниблоке указывает сопротивление между A и C. Сопротивление между входами A и B постоянно и равно 1,0 кОм. Блок предназначен для регулирования сопротивления между входами AC и BC.



Рис. 12.6. Передняя панель миниблока «Конденсатор»

Значение электроёмкости указано на миниблоке



Рис. 12.7. Передняя панель миниблока «Катушка». Значение индуктивности катушки указано на миниблоке

На рис. 12.8 приведена электрическая схема опытной установки.



Миниблоки 2, 3, 4, соединённые соответствующим образом, образуют исследуемый колебательный контур. Генератор униполярных прямоугольных импульсов напряжения 1 служит для пополнения энергии колебательного контура. $U_{\rm Y}$ – напряжение, подаваемое на вход осциллографа.

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить таблицу 12.1.

Таблица 12.1

	=		
	Наименование	Предел допускаемой	Абсолютная
№	прибора	относительной погрешности g	систематическая
	приоора	(в % от измеренного значения)	погрешность в
1	Сетка экрана	$q = ql_{100\%} = q\ell_{100\%}$	½ цены наим. дел.шк.
1	осциллографа	$g = \frac{1}{l} \frac{100 \%}{l} = \frac{1}{100} \frac{1}{100$	ql = qh = 1,0 мм
2	Омметр	q = qR = 0.8%	$a_{P} = P^{0,8\%} = 0.0$
2	o mine i p	$g = \frac{1}{R} = 0,870$	$qn = n \frac{100\%}{100\%} = 0.00$

Средства измерений и их характеристики

2. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, приведённой на рис. 12.9. Коаксиальный кабель подключить к входу осциллографа CH2(Y),

красный штекер кабеля соединить по схеме с колебательным контуром, а синий – через наборное поле к гнезду «– U_{вых}» на панели генератора сигналов специальной формы. Второй кабель подключить к входу «ТРИG IN» или «ЕХТ» осциллографа, красный штекер кабеля соединить с гнездом «СИНХР.» на панели ГССФ, а синий к гнезду «– U_{вых}».



Рис. 12.9. Монтажная схема опытной установки:

ЭО – электронный осциллограф; 2 – миниблок «Реостат», 3 – миниблок «Катушка», 4 – миниблок «Конденсатор»

3. Переключатели и регуляторы, расположенные на лицевой панели осциллографа, установить в положения, указанные в таблице на рис. 12.10 для осциллографа «MOS-620», или в таблице на рис. 12.11, если используется осциллограф «GOS-625».

4. Установить сопротивление реостата *R*_p равным «0 кОм». Для этого повернуть ручку реостата против часовой стрелки до упора.

5 Кнопкой «СЕТЬ» включить питание блоков генераторов напряжений. Нажать на панели генератора кнопку с формой импульса «Ј_». Кнопками «Установка частоты 0...20 кГц установить частоту **0,2 кГц**.

6. Включить кнопку «POWER» расположенную на панели осциллографа под экраном, при этом должен зажечься светодиодный индикатор. При помощи регуляторов «INTEN» и «FOCUS», расположенных там же, установить соответственно оптимальную яркость и фокусировку луча.

Внимание! Не устанавливайте большую яркость луча и не оставляйте длительное время неподвижное пятно на экране.



Рис. 12.10. Передняя панель осциллографа MOS-620 и таблица положений органов управления

1	2	3	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
	*	+	CH2	I	AC	*	Y	/	0,5v	EXT	синх	AUTO	I	-	/	0,5мS	/	-	*

«+» – нажать, «–» – отжать, «*» – среднее положение, «/» – против часовой стрелки до упора,



Рис. 12.11. Передняя панель осциллографа GOS-625 и таблица положений органов управления

1	2	3	8	9	10	12	13	14	5	16	17	18	19	20	26	22	23	24	25	26	27	28	29	30
*	*	+	0,5	-	Y	0,5мS	-	/	-	EXT	-	AC	EXT	_	-	_	*	*	-	*	-	*	CH2	*

«+» – нажать, «–» – отжать, «*» – среднее положение, «/» – против часовой стрелки до упора,

114

7. Регуляторами «< POSITION >» и «POSITION $\frac{D}{N}$ » совместить горизонтальную развёртку электронного луча с центральной горизонтальной линией экрана.

8. С помощью кнопки **D** « Установка уровня выхода 0...15 В» генератора получить на экране изображение осциллограммы затухающих колебаний (рис. 12.12). При этом максимальная амплитуда колебаний не должна превышать **8** больших делений масштабной сетки экрана. С помощью регуляторов «< POSITION >» и «POSITION $\frac{D}{N}$ » вывести осциллограмму

в центр экрана и скопировать или сфотографировать её.



Рис. 12.12. Осциллограмма затухающих колебаний

9. Начертить таблицу 12.2, записать в неё параметры установки.

Таблица 12.2

Результаты измерений и вычислений

	Параметры установки:													
$L = ,$ мГн, $C = ,$ мк Φ , $k_{\chi} = 0,5$ мс/бол. дел., $k_{\chi} = 0,5$ В/бол. дел														
N	<i>l</i> , бол. дел.	<i>h</i> _t , бол. дел.	<i>h</i> _(<i>t</i>+<i>T</i>) , бол. дел.	U_t, \mathbf{B}	$U_{(t+T)}, \mathbf{B}$	<i>R</i> _р ,Ом	<i>R</i> _к ,Ом							

10. По сетке экрана определить в больших делениях шкалы величины h_t и h_{t+T} , расстояние *l*, на котором укладывается максимальное число **полных** колебаний *N*. Результаты измерений занести в табл. 12.2.

11. Медленно увеличивать сопротивление реостата до тех пор, пока осциллограмма не примет вид, изображенный на рис. 12.13.



Рис. 12.13. Осциллограмма апериодического процесса

12. Измерить величины $R_{\rm k}$ и $R_{\rm p}$. Для этого нажать кнопку «Исходная установка» и кнопками «СЕТЬ» и «РОWER» *выключить* питание генераторов напряжения и осциллографа. Отключить провода, соединяющие наборное поле с осциллографом и ГССФ. Переключатель рода работ одного из мультиметров перевести в положение «W» и установить предел измерения «2К». Подключить к его входам «COM» и «VW» сначала миниблок «Катушка», а затем, с помощью проводов, клеммы А и С миниблока «Реостат». Результаты измерений записать в табл. 12.2.

13. Выключить питание мультиметров и разобрать электрическую цепь.

Обработка результатов измерений

1. По данным табл. 12.2 вычислить экспериментальное $T_{3\kappaсп}$ (12.7) и теоретическое значение периода колебаний $T_{\text{теор}}$ (12.3) ($R = R_{\kappa}$), а также относительное отклонение g_T^{ϕ} экспериментального и теоретического значения

$$\mathbf{g}_{T} \mathbf{\Phi} = \frac{\left| T_{\text{reop}} - T_{\text{эксп}} \right|}{T_{\text{reop}}} \rtimes 00\% \; .$$

2. Вычислить экспериментальное $q_{3\kappa cn}$ (12.4) ($U_t = k_Y h_t$, $U_{t+T} = k_Y h_{t+T}$) и теоретическое значение логарифмического декремента затухания $q_{\text{теор}}$ (12.5) ($R = R_{\kappa}$), а также относительное отклонение g_q^{ϕ} экспериментального и теоретического значения

$$\mathbf{g}_{\mathbf{q}} \mathbf{q} = \frac{\left|\mathbf{q}_{\mathrm{reop}} - \mathbf{q}_{\mathrm{skcn}}\right|}{\mathbf{q}_{\mathrm{reop}}} \times 100\% \,.$$

3. Вычислить экспериментальное $R_{\text{крит}}^{\text{эксп}}$ (12.10) и теоретическое значение критическое сопротивление колебательного контура $R_{\text{крит}}^{\text{теор}}$ (12.6), а также относительное отклонение $\mathbf{g}_{R}^{\mathbf{\varphi}}$ экспериментального и теоретического значения

$$\mathbf{g}_{R} \mathbf{\mathcal{C}} = \frac{\left| R_{\mathrm{K}\mathrm{p}\mathrm{u}\mathrm{T}}^{\mathrm{Teop}} - R_{\mathrm{K}\mathrm{p}\mathrm{u}\mathrm{T}}^{\mathrm{3}\mathrm{K}\mathrm{c}\mathrm{n}} \right|}{R_{\mathrm{K}\mathrm{p}\mathrm{u}\mathrm{T}}^{\mathrm{Teop}}} \rtimes 100\% .$$

4. Оценить погрешности измерений:

4.1. Систематическая относительная погрешность косвенных измерений периода затухающих колебаний, вычисляемого по формуле (12.7), определяется как

$$\mathbf{g}_{T} = \frac{\mathbf{q}T_{\mathsf{ЭКСП}}}{T_{\mathsf{ЭКСП}}} \rtimes 00\% = \frac{\mathbf{q}l}{l} \rtimes 00\% ,$$

где $\frac{ql}{l}$ – систематическая относительная погрешность измерения длины l

по масштабной сетке экрана осциллографа или линейки (см. табл. 12.1).

Систематическая абсолютная погрешность измерений периода затухающих колебаний находится из её связи с относительной

4.2. Систематическая относительная погрешность косвенных однократных измерений логарифмического декремента затухания, рассчитанного по формуле (12.4), определяется выражением

$$\mathbf{g}_{\mathbf{q}} = \frac{\mathbf{q}(\mathbf{q}_{\mathsf{_{\mathsf{9KCII}}}})}{\mathbf{q}_{\mathsf{_{9KCII}}}} = 1, 1 \sqrt{\overset{\mathbf{a}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{q}U_{t}}{\mathbf{U}_{t}} \overset{\mathbf{o}^{2}}{\overset{\mathbf{c}}{\overset{\mathbf{c}}{\mathbf{c}}}} + \overset{\mathbf{a}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{q}U_{t+T}}{U_{t+T}} \overset{\mathbf{o}^{2}}{\overset{\mathbf{c}}{\overset{\mathbf{c}}{\mathbf{c}}}} = 1, 1 \sqrt{\overset{\mathbf{a}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{q}h_{t}}{h_{t}} \overset{\mathbf{o}^{2}}{\overset{\mathbf{c}}{\mathbf{c}}}} + \overset{\mathbf{a}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{q}h_{t+T}}{h_{t+T}} \overset{\mathbf{o}^{2}}{\overset{\mathbf{c}}{\overset{\mathbf{c}}{\mathbf{c}}}} = 1, 1 \sqrt{\overset{\mathbf{a}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{q}h_{t}}{h_{t}} \overset{\mathbf{o}^{2}}{\overset{\mathbf{c}}{\mathbf{c}}}} + \overset{\mathbf{a}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{q}h_{t+T}}{h_{t+T}} \overset{\mathbf{o}^{2}}{\overset{\mathbf{c}}{\overset{\mathbf{c}}{\mathbf{c}}}},$$

где $qh_t = qh_{t+T} = qh$ – систематическая абсолютная погрешность прямых измерений амплитуд затухающих колебаний с помощью масштабной сетки экрана или линейки (табл. 12.1).

Систематическая абсолютная погрешность прямых однократных измерениях **q**_{эксп} находится по формуле

$$\mathsf{q}(\mathsf{q}_{\mathsf{_{3KC\Pi}}}) = \frac{\mathsf{g}_{\mathsf{q}} \% \times \mathsf{q}_{\mathsf{_{3KC\Pi}}}}{100\%}$$

4.3. Оценку погрешности определения критического сопротивления колебательного контура провести самостоятельно. 5. Оформить отчёт о выполнении работы в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание. Рисунок или фотография осциллограммы затухающих колебаний прилагается к отчету.

Контрольные вопросы

1. По какому закону изменяются при разряде конденсатора в колебательном контуре, содержащем *R*, *L*, *C*, следующие величины:

а) напряжение на конденсаторе,

б) заряд обкладок, в) ток в цепи?

2. Какие формулы показывают, как зависят от параметров колебательного контура следующие характеристики колебаний:

а) циклическая частота и период затухающих колебаний,

б) коэффициент затухания колебаний,

в) критическое сопротивление контура.

3. При изменении каких параметров контура, содержащего R, L, C:

а) сближаются значения периодов затухающих и незатухающих колебаний,

б) изменяется коэффициент затухания колебаний,

в) изменяется критическое сопротивление контура?

4.Что происходит в колебательном контуре при сопротивлении, большем критического значения, т.е. при выполнении условия $d > W_0$?

5. Какие величины измеряют по осциллограмме колебаний для определения:

а) периода затухающих колебаний,

б) логарифмического декремента затухания колебаний?

6. Какие величины используют для калибровки оси Х осциллографа?

7. Как определяют экспериментальное значение критического сопротивления контура? Какой вид принимает осциллограмма U(t) при достижении $R_{\rm kp}$?

8. Какое назначение имеют следующие элементы электрической цепи:

а) генератор напряжений специальной формы,

б) реостат?

9. Какой параметр колебательного контура изменяют в работе, чтобы получить апериодический разряд конденсатора?

10. С каких элементов электрической цепи можно подать напряжение на вход *У* осциллографа для наблюдения затухающих колебаний?

11. По каким формулам определяют:

а) экспериментальное значение периода колебаний Т,

б) экспериментальное значение коэффициента затухания колебаний d,

в) расчетные (теоретические) значения величин T, d и $R_{\kappa p}$?

Лабораторная работа Э-13 ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ РЕЗОНАНСА В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цель работы: изучение резонанса напряжений и токов в цепях переменного тока, измерение индуктивности резонансным методом.



Рис. 13.1. Цепь переменного тока

Рассмотрим замкнутую электрическую цепь (контур), состоящую из последовательно соединённых конденсатора ёмкостью *C*, катушки с индуктивностью *L*, резистора с активным сопротивлением *R* и генератора переменной ЭДС $\varepsilon = \varepsilon_m \sin Wt$

(рис. 13.1). Считаем, что переменный ток, протекающий в цепи, подчиняется условию $t \ll T$, где t – время распространения электромагнитного возмущения вдоль цепи, а T – характерное время изменения напряжённости электрического поля. Такие токи называются *квазистационарными* и для их *мгновенных значений* выполняются законы постоянного тока. Согласно второму закону Кирхгофа

$$IR + U_C = \mathcal{E}_s + \mathcal{E}$$
,

где IR – падение напряжения на резисторе; $U_C = Q/C$ – напряжение на конденсаторе; $\mathcal{E}_s = -L(dI/dt) - ЭДС$ самоиндукции в катушке. Дифференцируя это уравнение по времени и используя соотношение I = dQ/dt, получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний тока в цепи

$$\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{R}{L} \times \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC}I = \mathcal{E}_m W \cos Wt.$$

Из теории вынужденных колебаний известно, что такое уравнение в случае установившихся колебаний имеет решение

$$I = I_m \sin(\mathsf{W}t - \mathsf{j}), \qquad (13.1)$$

где

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{Z} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \overset{\circ}{\mathbf{c}} \overset{\circ}{\mathbf{w}} L - \frac{1}{\mathbf{w}C \overset{\circ}{\dot{\mathbf{\phi}}}}},$$
(13.2)

ј – сдвиг фаз между ЭДС и током.

Формулу (13.2) называют законом Ома для переменного тока. Величины Z, R и X = (wL - 1/wC) называются соответственно полным, активным и реактивным сопротивлениями цепи для переменного тока: $wL = X_L$ – реактивное индуктивное сопротивление, $1/wC = X_C$ – реактивное емкостное сопротивление. Сдвиг фаз ј между внешней ЭДС и током определяется соотношением

$$tgj = \frac{(WL - \frac{1}{WC})}{R}.$$
 (13.3)

Как следует из формул (13.2) и (13.3), амплитуда тока и фазовый сдвиг зависят от частоты колебаний W. Если W \rightarrow 0, то 1/WC ® ¥. Тогда сопротивление Z обращается в бесконечность, а амплитуда тока I_m становится равной нулю. При увеличении W реактивное X и полное Z сопротивления сначала уменьшаются, а амплитуда тока I_m увеличивается. При частоте W = W₀, определяемой условием

$$\mathbf{W}_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},\tag{13.4}$$

реактивное сопротивление обращается в нуль, полное сопротивление цепи становится наименьшим ($Z_{\min} = R$), а амплитуда тока – максимальной. При значениях $W > W_0$ реактивное сопротивление X вновь отлично от нуля и с возрастанием W увеличивается. В соответствии с этим полное сопротивление Z цепи увеличивается, а амплитуда тока I_m уменьшается, асимптотически приближаясь к нулю.



Рис. 13.2. Резонансные кривые

Графики зависимости амплитуды тока I_m от W для различных активных сопротивлений контура R приведены на рис. 13.2. Чем меньше R, тем больше при прочих равных условиях амплитуда тока, и тем острее максимумы кривых.

Итак, случай, когда частота w генератора ЭДС равна частоте w₀, представляет

особый интерес: амплитуда тока достигает максимального значения, а сдвиг фаз между током и напряжением равен нулю. Этот важный случай вынужденных колебаний называется *резонансом*.

Напряжение на резисторе *R* равно

$$U_R = IR = U_{mR} \sin(Wt - j)$$
,

где $U_{mR} = I_m R$ – амплитуда напряжения. Таким образом, резонансная кривая для амплитуды напряжения на резисторе отличается от резонансной кривой для амплитуды тока в нём лишь множителем R, то есть максимальное значение

 $U_{mR pe3}$ достигается при частоте W_0 (рис. 13.3). С изменением частоты внешней ЭДС изменяется напряжение на конденсаторе и на катушке индуктивности. Напряжение на конденсаторе определяется формулой



Рис. 13.3. Зависимость амплитуды напряжения на конденсаторе, катушке индуктивности и резисторе от частоты

После интегрирования по времени получим

$$U_{C} = -\frac{1}{wC} I_{m} \cos(wt - j) = U_{mC} \sin(wt - j - p/2), \qquad (13.5)$$

здесь $U_{mC} = \frac{I_m}{wC}$ – амплитудное значение напряжения. Из (13.5) видно, что напряжение на конденсаторе отстаёт по фазе от тока на p/2. График зависимости U_{mC} от частоты приведён на рис. 13.3. Максимальное значение амплитуды напряжения на конденсаторе достигается при частоте

$$\mathbf{w}_{C \text{ pes}} = \mathbf{w}_0 \sqrt{1 - 2 \frac{\mathcal{E} \mathbf{d}}{\mathcal{E}} \frac{\mathbf{\ddot{o}}^2}{\mathbf{w}_0 \frac{\mathbf{\dot{v}}}{\mathbf{\dot{o}}}}} < \mathbf{w}_0,$$

где $d = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания.

Напряжение на катушке индуктивности можно найти, применяя закон Ома для участка цепи

$$U_L = I \rtimes - \mathcal{E}_s, \tag{13.6}$$

где r – активное сопротивление катушки, которое в данном случае считается равным нулю, а \mathcal{E}_s – ЭДС самоиндукции в катушке, которое определяется по формуле

$$\mathcal{E}_{s} = -L \times (dI/dt). \tag{13.7}$$

Подставляя (13.1) и (13.7) в (13.6), получаем

$$U_L = -\mathcal{E}_s = L \frac{dI}{dt} = L W I_m \cos(Wt - j) = U_{mL} \sin(Wt - j + p/2), \quad (13.8)$$

где $U_{mL} = I_m WL$ – амплитудное значение напряжения. Видно, что напряжение на катушке опережает по фазе ток на р/2. График зависимости U_{mL} от частоты приведён на рис. 13.3. Максимальное значение амплитуды напряжения на индуктивности достигается при частоте

$$\mathbf{w}_{L \text{ pe3}} = \frac{\mathbf{w}_0}{\sqrt{1 - 2 \overset{\text{ad}}{\mathbf{c}} \overset{\text{o}}{\mathbf{c}}^2}} > \mathbf{w}_0$$

Найдём резонансные значения U_{mCpe3} и U_{mLpe3} . Амплитуда тока (13.2) при частоте W₀ (13.4) достигает максимума

$$I_{m \text{ pes}} = \frac{\varepsilon_m}{R}.$$

Из формул (13.5) и (13.8) следует

$$U_{mC \text{ pe3}} \gg X_C I_m \text{ pe3} = \frac{\varepsilon_m}{w_0 C R} = \varepsilon_m \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q \times \varepsilon_m,$$
$$U_{mL \text{ pe3}} \gg X_L I_m \text{ pe3} = \frac{\varepsilon_m}{R} w_0 L = \varepsilon_m \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q \times \varepsilon_m.$$

Величину $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ называют *добротностью контура*. Её значение все-

гда больше единицы, следовательно, амплитуды этих напряжений превышают амплитудное значение внешней ЭДС ε_m в Q раз (рис. 13.3). Поэтому явление резонанса в последовательном контуре называют *резонансом* напряжений.

Таким образом, при резонансе амплитудные значения напряжения на конденсаторе U_{mCpe3} и катушке индуктивности $U_{mL pe3}$ должны быть равны. Как следует из вышеизложенного, сдвиг фаз между этими напряжениями равен р, значит, их сумма равна нулю и в контуре остаются только колебания напряжения на резисторе с амплитудой $U_{mR pe3}$.

Рассмотрим теперь случай, когда в замкнутой электрической цепи конденсатор C и катушка индуктивности L соединяются параллельно (рис. 13.4). Для упрощения задачи полагаем, что активное сопротивление контура R = 0. По участку, содержащему конденсатор, течёт ток

$$I_C = I_{mC} \sin(\mathsf{W}t - \mathsf{j}_C).$$

Амплитуду этого тока можно найти из уравнения (13.2) при условии R = 0 и L = 0:

122



Рис. 13.4. Параллельное соединение

катушки и конденсатора

 $I_{mC} = \frac{\varepsilon_m}{\frac{1}{WC}} = WC \times \varepsilon_m.$ (13.9)

Начальная фаза этого тока определяется из выражения (13.3) по формуле

$$tgj_{C} = - ¥, j_{C} = - p/2.$$
 (13.10)

Аналогично определяется сила тока, протекающего по участку цепи, содержащему катушку индуктивности:

$$I_L = I_{mL} \sin\left(\mathsf{W}t - \mathsf{j}_L\right).$$

Его амплитуда определяется из уравнения (13.2) при условии R = 0 и $C = \mathbf{F}$:

$$I_{mL} = \frac{\mathcal{E}_m}{\mathsf{W}L}.$$
 (13.11)

Начальная фаза этого тока определяется из выражения (13.3) по формуле

$$tgj_L = +¥, j_L = +p/2.$$
 (13.12)

Из сравнения выражений (13.10) и (13.12), следует, что разность фаз токов, текущих по параллельным участкам цепи, равна р, то есть эти токи находятся в противофазе. Амплитуда тока в неразветвлённой части цепи

$$I_{mR} = \left| I_{mC} - I_{mL} \right| = \mathcal{E}_m \left| wC - \frac{1}{wL} \right|.$$

Если $W = W_0$ (13.4), то, согласно (13.9) и (13.11), $I_{mC} = I_{mL}$ и $I_{mR} = 0$. Явление резкого уменьшения амплитуды силы тока во внешней цепи, питающей параллельно включенные конденсатор и катушку индуктивности, при W® W₀ называется *резонансом токов*.

Если учесть активное сопротивление цепи R, то разность фаз токов не будет равна р. Поэтому при резонансе токов амплитуда силы тока I_{mR} будет отлична от нуля, но примет наименьшее значение. Значит, падение напряжения U_{mR} на резисторе R в этот момент также будет минимальным. В то же время токи I_{mC} и I_{mL} при резонансе могут значительно превышать ток I_{mR} .

Описание метода исследования

На колебательный контур подают синусоидальное внешнее напряжение с контролируемой частотой W, измеряют напряжение на его элементах при различных частотах и строят графики зависимости амплитуды соответствующих напряжений от частоты $U_m = f(W)$.

В случае последовательного соединения конденсатора и катушки индуктивности на резонансной частоте W_0 должны наблюдаться максимумы U_{mR} , U_{mL} , U_{mC} . При параллельном соединении конденсатора и катушки индуктивности резонанс в контуре обнаруживают по минимальному напряжению U_{mR} на резисторе R и по максимальному напряжению на конденсаторе и катушке U_{mLC} .

Описание установки

Оборудование: генератор напряжений специальной формы (ГССФ), миниблоки «Индуктивность L_x », «Конденсатор C = 1,0 мкФ», «Сопротивление R=100 Ом», мультиметр, соединительные провода.

Для исследования явления резонанса используют электрические цепи, приведённые на рис. 13.5. Цепь с последовательно соединёнными элементами L и C (рис. 13.5а) предназначена для изучения резонанса напряжений, а цепь с параллельным соединением L и C (рис. 13.5б) – для резонанса токов.



Рис. 13.5. Электрическая схема установки:

1 – ГССФ, 2 – вольтметр, миниблоки: 3 – «Сопротивление» R 100 Ом», 4 – «Индуктивность L_x ,», 5 – «Конденсатор C 1,0 мкФ»

Действующие значения напряжения (они в $\sqrt{2}$ раз меньше амплитудных, однако для наших целей это различие несущественно) измеряют мультиметром 2. В качестве источника внешнего переменного напряжения используют генератор сигналов специальной формы 1, содержащий измеритель частоты электрических колебаний.

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить таблицу 13.1

Таблица 13.1

		H	
Ma	Harry correspondence	Предел допускаемой	Абсолютная
JN⊵	наименование	относительной погрешности g	систематическая
	приоора	(в % от измеренного значения)	погрешность в
1	Вольтметр	$g_{\rm V} = \frac{qU}{U} = 0,5\%$	$qU = U \frac{0.5\%}{100\%} = B$
2	Измерит. ча-	$q_{n} = \frac{q(n)}{100\%} = \%$	q(n) = 10 Гц – цена миним.
	стоты в ГССФ	n n	разряда измерителя частоты

Средства измерений и их характеристики

124

Задание 1. Последовательное соединение конденсатора и катушки индуктивности

1.1. Собрать по монтажной схеме, приведенной на рис. 13.6 электрическую цепь, состоящую из последовательно соединенных конденсатора C, катушки индуктивности L_x и резистора R (рис. 13.5 а).

1.2. Переключатель рода работ мультиметров 2 и 6 перевести в положение «U: » и установить предел измерения **20** В.

1.3. Включить в сеть блоки генераторов напряжения и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка». На блоке ГССФ нажать кнопку « ~ » для установки синусоидального напряжения.



Рис. 13.6. Монтажная схема опытной установки: 2, 6 – вольтметры, миниблоки: 3 – «Сопротивление» *R* 100 Ом», 4 – «Индуктивность *L*_x,», 5 – «Конденсатор *C* 1,0 мкФ»

1.4. Кнопками «Установка частоты 0,2 – 20 кГц» установить частоту $n_1 = 0,20$ кГц. Кнопками «Установка уровня выхода 0 – 15 В установить по вольтметру 6 выходное напряжение генератора $U_{\text{вых}} = (1,0 \pm 0,1)$ В. В дальнейшем это напряжение необходимо контролировать и поддерживать постоянным.

1.5. Начертить таблицу 13.2 и записать в неё параметры колебательного контура и выходное напряжение генератора $U_{\text{вых}}$.

Таблица	13.2
---------	------

	C (A	1 . 2 10	-3) = 1	Парамет	ры конту	pa:	T T	D	
	$\frac{C = (0)}{V_{\text{OUTT}}}$	$1 \pm 2 \times 10$	^{-э}) мкФ, <i>К</i>	R = 100 Or	$M, L_{\rm X} =$	MIH,	$U_{\rm Bbix} =$	<u>, B</u>	,
	KOHT	ур из кату пс	<u>тшки инду</u> оспеловат	ельно	и L_{χ} и ко	нденсато		инснных. араллелы	10
N⁰	n, кГц	$U_R,$ B	n, кГц	$U_L,$ B	n, кГц	<i>U_C</i> , В	n, кГц	$U_R^*,$ B	$U_{LC}^{nap},$ B
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
$U_{R_{I}}$	_{De3} = ,	, B, n _{Rpes}	$= n_o =$, кГц,	$U_{L pes} =$, B,	$U_{R pe3}^* =$	= n [*] =	, В, , кГш
n _{Lp}	_{e3} =	, кГц, <i>U_C</i>	с _{рез} =	, В, п _С	с _{рез} =	, кГц	U _{LC pe3} =	=	, B

Результаты измерений и вычислений

1.6. Увеличивая частоту n выходного сигнала генератора, найти резонансное (*максимальное*) напряжение на резисторе $U_{R pe3}$ и соответствующую ему частоту $n_{R pe3} = n_0$. Результаты измерений записать в табл. 13.2.

1.7. Продолжая увеличивать частоту колебаний генератора, по вольтметру 2 установить напряжение U_R в 3 – 4 раза меньше $U_{R pe3}$. По индикатору частоты генератора определить соответствующую частоту n_2 .

1.8. Провести не менее 15 измерений $U_R(n)$ в диапазоне частот от n_1 до n_2 . В процессе измерений интервал между частотами можно изменять.

Например, вблизи резонанса, в области резкого увеличения и уменьшения амплитуды, его следует уменьшить. Результаты записать в табл. 13.2

1.9. Подключая вольтметр 2 поочередно к катушке (клеммы D и E) и конденсатору (клеммы F и G), провести измерения напряжений U_L и U_C по п. 1.6, 1.7,

1.10. Результаты измерений записать в табл. 13.2.

1.11. Нажать кнопку «Исходная установка».

Задание 2. Параллельное соединение конденсатора и катушки индуктивности

2.1. Собрать по монтажной схеме, приведённой на рис. 13.7, электрическую цепь, состоящую из параллельно соединённых конденсатора C, катушки L_x и резистора R (рис. 13.5, б).



Рис. 13.7. Монтажная схема опытной установки.

2, 6 – вольтметры, миниблоки: 3 – «Сопротивление» R 100 Ом», 4 – «Индуктивность L_x ,», 5 – «Конденсатор C 1,0 мк Φ »

2.2. Кнопками «Установка частоты 0,2 - 20 кГц» выбрать частоту $n_1 = 0,20$ кГц. Вольтметр 6 подключить к выходу ГССФ (клеммы A и E). Кнопками «Установка уровня выхода 0 – 15 В» установить величину напряжения $U_{\text{вых}} = (1,0 \pm 0,1)$ В.

2.3. Вольтметр 2 подключить к сопротивлению R (клеммы В и С), а

вольтметр 6 – к конденсатору и катушке индуктивности (клеммы D и E). Увеличивая частоту выходного сигнала генератора, найти резонансное (*минимальное*) напряжение на резисторе $U_{R pe3}^*$ и соответствующую ему частоту $v_{Rpe3}^* = v_0^*$.

2.4. Продолжая увеличивать частоту колебаний, по вольтметру 2, установить напряжение U_R^* , соизмеримое с выходным напряжением $U_{\text{вых}}$ генератора и определить соответствующую частоту v_2^* .

2.5. Провести не менее 15 измерений напряжений $U_R(n)$ и $U_{LC}(n)$ в диапазоне частот от v_1 до v_2^* . Интервал между частотами можно варьировать. Вблизи резонанса, в области крутого подъема и спада кривой, интервал следует уменьшить. Результаты измерений записать в табл. 13.2. Убедится, что согласно теории, при *минимальном* напряжении на резисторе U_{Rpe3}^* (резонансе) напряжение U_{LC} должно быть *максимальным*.

2.6. Выключить блоки генераторов напряжений и мультиметров.

Обработка результатов измерений

1. По данным табл. 13.2 построить на одном графике три резонансных кривых: $U_R(n)$, $U_L(n)$ и $U_C(n)$ для контура с последовательно включенными элементами.

2. По значению резонансной частоты n_0 и известной ёмкости *C* найти индуктивность катушки L_x по формуле, полученной из (13.4),

$$L_x = \frac{1}{C \times (2\text{pn}_0)^2}.$$
 (13.13)

3. На другом графике по данным табл. 13.2 построить резонансные кривые $U_R(n)$ и $U_{LC}(n)$ для контура с параллельно соединёнными конденсатором *C* и катушкой L_x . Сравнить резонансные частоты $n_{o pe3}^{3\kappa cn}$, определенные при последовательном и параллельном соединении этих элементов.

4. Оценить погрешности измерений.

4.1. Систематическая относительная погрешность косвенных измерений индуктивности на основе формулы (13.13) определяется выражением

$$\mathbf{g}_{L} = \frac{\mathbf{q}L_{x}}{L_{x}} = 1, 1 \sqrt{\mathbf{g} \frac{\mathbf{g} \mathbf{q}C}{\mathbf{c}} \frac{\ddot{\mathbf{o}}^{2}}{C} + 4 \frac{\mathbf{g} \mathbf{q} \mathbf{w}_{0}}{\mathbf{c}} \frac{\ddot{\mathbf{o}}^{2}}{\mathbf{w}_{0}} + 4 \frac{\mathbf{g} \mathbf{q}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{w}_{0}} \frac{\ddot{\mathbf{o}}^{2}}{\mathbf{c}} + 4 \mathbf{g} \frac{\mathbf{g} \mathbf{q}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{w}_{0}} \frac{\ddot{\mathbf{o}}^{2}}{\mathbf{c}} + 4 \mathbf{g} \frac{\mathbf{g} \mathbf{q}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{w}_{0}} \frac{\ddot{\mathbf{o}}^{2}}{\mathbf{c}} + 4 \mathbf{g} \frac{\mathbf{g} \mathbf{q}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{w}_{0}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{c}} + 4 \mathbf{g} \frac{\mathbf{g} \mathbf{q}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{w}_{0}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{c}} + 4 \mathbf{g} \frac{\mathbf{g} \mathbf{q}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{w}_{0}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{c}} + 4 \mathbf{g} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{c}} + 4 \mathbf{g} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{w}_{0}}{\mathbf{c}$$

где $\frac{qC}{C}$, $\frac{qw_0}{w_0}$ – относительные систематические погрешности прямых из-

мерений ёмкости и резонансной частоты (приведены в табл. 13.1).

Систематическая абсолютная погрешность находится из её связи с относительной

$$\mathsf{q}L_x = L_x \frac{\mathsf{g}_L\%}{100\%}.$$

5. Оформить отчёт о выполнении работы в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание. К отчёту прилагаются графики с резонансными кривыми, построенными по результатам измерений из табл. 13.2.

Контрольные вопросы

1. Запишите закон изменения тока в цепи при вынужденных колебаниях.

2. Чем определяются частота и амплитуда вынужденных колебаний?

3. Какая ЭДС вызывает вынужденные колебания?

4. Какие ЭДС действуют в колебательном контуре при вынужденных колебаниях?

5. При каком условии наблюдается резонанс в колебательном контуре?

6. Какова величина полного сопротивления контура и тока в нем в случае резонанса напряжений (последовательного резонанса)?

7. Что характерно для величин тока I и напряжений U_{LC} , U_R при резонансе напряжений в колебательном контуре?

8. Чем объясняется, что: а) при резонансе напряжений ток в контуре максимальный, б) при резонансе токов в подводящих к колебательному контуру проводах течет небольшой ток?

9. От каких величин зависит высота резонансного пика $I = f(\omega)$?

10. Какую форму имеют резонансные кривые $U_R = f(n)$ и $U_{LC} = f(n)$: а) при резонансе напряжений, б) при резонансе токов?

11. К какому участку колебательного контура нужно подключить мультиметр для получения резонансной кривой с максимумом (или с минимумом) в случаях:

а) последовательного соединения элементов L и C, б) параллельного соединения L и C?

12. Каким образом в данном колебательном контуре можно изменять: а) частоту вынужденных колебаний, б) резонансную частоту контура?

13. Какие параметры колебаний в контуре изменятся, если изменить частоту колебаний генератора?

14. Каким путем в работе добиваются получения резонансов? Что служит признаком достижения резонанса?

15. С какой целью в работе строят график $U_R = f(v)$? Как определяют по ним резонансную частоту контура?

16. Какие опытные данные используют для определения величин: а) индуктивности контура L, б) емкости контура C_x ?

Лабораторная работа Э-14 ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В КОНТУРЕ, СОДЕРЖАЩЕМ КАТУШКУ ИНДУКТИВНОСТИ С ФЕРРИТОВЫМ СЕРДЕЧНИКОМ

Цель работы: исследовать зависимости электрического сопротивления и индуктивности контура от частоты и величины переменного тока.

Вынужденные электрические колебания происходят в контуре под действием переменного напряжения. Если в электрическую цепь, содержащую катушку индуктивности *L*, включить переменную ЭДС

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cos W t$$

то в цепи, кроме Е, будет наводиться ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_{S} = -L\frac{dI}{dt}$$

Ток в таком контуре колеблется с той же частотой W, что и приложенная ЭДС, но отстаёт от неё по фазе на j

$$I = I_m \cos(Wt - j)$$

Амплитуда тока *I_m* пропорциональна амплитуде ЭДС

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{Z} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (WL)^2}}$$
(14.1)

где Z – полное сопротивление контура переменному току (импеданс контура), R – активное сопротивление цепи, $X_L = WL$ – индуктивное сопротивление цепи, L – индуктивность соленоида, W = 2pn – циклическая частота переменного тока, n – частота тока.

Индуктивность контура характеризует свойство контура создавать собственное потокосцепление и численно равна магнитному потоку F, сцепленному с контуром, при единичном токе в нём

$$F = L \times l$$

Она зависит от размеров и формы контура, а также от магнитной проницаемости среды m окружающей контур. Например, величина индуктивности длинного соленоида

$$L = m_0 m \frac{N^2 S}{l} \tag{14.2}$$

где m_0 – магнитная постоянная, N – число витков соленоида; S – площадь сечения сердечника соленоида, l – длина средней осевой линии сердечника. Индуктивность соленоида с ферритовым сердечником зависит ещё и от тока I, протекающего в обмотке. Это следует из того, что магнитная проницаемость ферритов mзависит от напряжённости H магнитного поля, которая определяется током в соленоиде

$$H = I(N/l).$$

Описание метода исследования

В данной работе измерение полного сопротивления цепи Z основано на измерении действующих значений переменного тока I и напряжения U. Согласно закону Ома (14.1),

$$Z = \frac{U}{I} \tag{14.3}$$

Как следует из формулы (14.1),

$$Z = \sqrt{R^2 + (WL)^2} \; .$$

В случае малого значения активного сопротивления (как правило, $R \ll Z$) полное сопротивление соленоида совпадает с индуктивным

$$Z \gg WL$$

Это позволяет определить индуктивность по формуле

$$L = \frac{Z}{\mathsf{w}} = \frac{Z}{2\mathsf{pn}},\tag{14.4}$$

измеряя сопротивление катушки переменному току известной частоты n.

Напряжение, измеренное на обмотке соленоида, в соответствии с выражениями (14.3) и (14.4) зависит от частоты переменного тока:

$$U(\mathbf{w}) = I \times Z(\mathbf{w}) = I \times L \mathbf{w} = I \times L \times 2\mathbf{pn}$$
(14.5)

Зависимость U(w), полученная при фиксированном значении тока *I*, по форме совпадает с зависимостью Z(w) и является линейной, если индуктивность соленоида *L* постоянна (не зависит от частоты). Согласно формуле (14.2), это соответствует постоянному значению магнитной проницаемости **m** что характерно для пара- и диамагнитных сред.

Для соленоида с ферритовым сердечником, как было отмечено, индуктивность зависит от силы тока, протекающего в обмотке, т.е. зависимость (14.5) перестаёт быть линейной. Вид этой зависимости можно установить экспериментально, определяя индуктивное сопротивление соленоида при различных токах.

Таким образом, измеряя напряжение на обмотке соленоида при протекании переменного тока различной частоты (при фиксированной величине действующего значения *I*), можно экспериментально определить индуктивность соленоида и её частотную зависимость, а также её зависимость от величины переменного тока.

Описание установки

Оборудование: миниблок «Катушка с сердечником», генератор сигналов специальной формы (ГССФ), мультиметры, соединительные провода.

Электрическая схема установки показана на рис. 14.1. Миниблок «Катушка с сердечником» представляет собой каркас, на который намотано *N* витков провода. В каркас может вставляться ферритовый сердечник.



Рис. 14.1. Электрическая схема установки
1 – генератор сигналов специальной формы,
2 – миллиамперметр, 3 – вольтметр, 4 – миниблок «Катушка с сердечником»

Катушку 4, имеющую индуктивность L

и сопротивление *R*, и мультиметр 2, соединённые последовательно, подключают к генератору напряжений специальной формы 1. Напряжение на катушке измеряют вольтметром 3 с большим входным сопротивлением.

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить таблицу 14.1

Таблица 14.1

№	Наименование прибора	Предел допускаемой <i>относительной</i> погрешности g	Абсолютная систематическая	
1	Вольтметр	$g_V = \frac{qU}{U} = 0,8\%$	$qU = U \frac{0,8\%}{100\%} =$	В
2	Амперметр	$g_{\rm A} = \frac{qI}{I} = 0,8\%$	$qI = I \frac{0,8\%}{100\%} =$	A

Средства измерений и их характеристики

Задание 1. Исследование зависимости индуктивности катушки с сердечником от частоты

1.1. Переключателем рода работ одного из мультиметров перевести в положение «A: » и установить предел измерения **20 mA**, а второго – в положение «V: » и установить предел измерения **20 B**.

1.2. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, приведённой на рис. 14.2, подключив катушку с сердечником.

1.3. Включить в сеть блоки генераторов напряжения и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка».

1.4. Кнопками «Установка частоты 0,2 – 20 кГц» установить частоту 0,20 кГц. С помощью кнопок «Установка уровня выхода 0 ... +15 В» установить значение тока *I* в цепи от 2,0 до 5,0 мА.

1.5. Начертить и заполнить таблицу 14.2.

1.6. При выбранном значении тока *I*, увеличивая частоту v с шагом 0,02 кГц, измерить и записать в табл. 14.2 для каждого значения частоты n напряжение *U* на катушке. Провести не менее 10 – 12 измерений.

Внимание! При изменении частоты v следует поддерживать заданный ток, регулируя его величину кнопками «Установка уровня выхода 0 ... +15 В». Для большой точности поддержания тока допускается небольшая вариация частоты относительно выбранного значения.

1.7. Переключатель рода работ одного из мультиметров перевести в положение « W » и установить предел измерения **200** Ом. Измерить сопротивление катушки $R_{\text{кат}}$ и записать его в табл.14.2.



Рис. 14.2. Монтажная схема опытной установки:	
2 – амперметр, 3 – вольтметр, 4 – миниблок «Катушка с сердечником»	

Таблица 14.2

$R_{\rm \kappa a au} =$	0	м, I =	мА	$\nu^* = 0,20$ кГц											
ν, кГц	ν, кГц U, В		<i>L</i> , Гн	<i>I</i> *, мА	U^*, B	<i>Z</i> *, Ом	L^*, Γ н								
0,20				1,5											
0,22				3,0											
0,24				4,5											
0,26				6,0											
0,28				9,0											
	•••					•••									
0,42				30,0											

Результаты измерений и вычислений

Задание 2. Исследование зависимости индуктивности катушки с сердечником от тока

2.1. Перевести переключатель предела измерения мультиметра 2 в положение **200 mA**. Кнопками «Установка частоты 0,20 - 20 кГц» установить частоту переменного тока $v^* = 0,05$ кГц.

2.2. Увеличивая кнопками «Установка уровня выхода 0 ... +15 В» ток от 1,5 мА с шагом 1,5 мА до 6 мА, затем с шагом 3,0 мА, измерить и записать в табл. 14.2 для каждого значения тока I^* величину напряжения U^* на катушке. Провести не менее 10 – 12 измерений

2.3. Выключить из сети генераторы напряжения и мультиметры.

Обработка результатов измерений

1. Вычислить полное сопротивление переменному току Z по формуле (14.3) и индуктивность L по формуле (14.4) для каждого значения частоты v при постоянном токе I.

2. По этим же формулам вычислить Z^* и L^* для каждого значения тока I^* при постоянной частоте v^* . Результаты вычислений записать в табл. 14.2. Сравнивая $R_{\text{кат}}$ и Z убедиться в справедливости выражения $R \ll Z$.

3. Построить график зависимости Z = f(n). Провести прямую наилучшего соответствия (Приложение 1).

4. Построить график зависимости $L^* = f(I^*)$.

5. Сделать выводы о зависимости индуктивности катушки с сердечником от частоты и величины переменного тока.

6. Оформить отчёт в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание. Построенные согласно табл. 14.2 графики зависимостей Z = f(n) и L = f(I) прилагаются к отчёту.

Контрольные вопросы

1. По какому закону изменяется ток в цепи при вынужденных колебаниях?

2. Чем определяются частота и амплитуда вынужденных колебаний?

3. Какая ЭДС вызывает вынужденные колебания?

4. Какие ЭДС действуют в колебательном контуре при вынужденных колебаниях? Запишите выражение для ЭДС самоиндукции.

5. Что характеризует и от каких величин зависит индуктивность цепи?

6. От каких параметров зависит полное сопротивление контура переменному току?

7. Чем объясняется зависимость индуктивности соленоида с ферромагнитным сердечником от частоты тока?

8. На чем основано измерение полного сопротивления цепи Z в данной работе?

9. Какой характер имеет зависимость U(W), полученная при фиксированном значении тока *I* в случае соленоида без сердечника?

10. Какой прибор используется в работе в качестве источника переменного тока?

11. Укажите режим работы цифрового мультиметра при измерении напряжения на катушке (режимы и входы).

12. С какой целью в работе определяют активное $R_{\text{кат}}$ и полное Z сопротивление?

13. Каким образом определяют в данной работе индуктивность катушки с сердечником и без него? Запишите рабочие формулы.

Лабораторная работа Э-15 ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКОВ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Цель работы: по предельной петле гистерезиса ознакомиться с методом измерения основных характеристик сегнетоэлектриков, исследовать зависимость диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика от напряжённости электрического поля.

Сегнетоэлектрики – группа кристаллических диэлектриков, у которых в некотором интервале температур в отсутствие внешнего электрического поля существует спонтанная (самопроизвольная) поляризованность P_s . Примерами сегнетоэлектриков являются сегнетова соль NaKC₄H₄O₆AH₂O, давшая название этому классу вещества, титанат бария BaTiO₃, триглицинсульфат (NH₂CH₂COOH)₃AH₂SO₄ и др. Сегнетоэлектрики имеют важное практическое применение. Например, приготовляя сложные диэлектрики на основе сегнетоэлектриков и добавляя к ним различные примеси, можно получить высококачественные конденсаторы большой ёмкости при их малых размерах.

Сегнетоэлектриками могут быть только кристаллические тела, у которых решётка не имеет центра симметрии. Например, кристаллическая решётка титаната бария состоит как бы из трёх встроенных друг в друга кубических подрешёток: одна образована положительными ионами бария, другая – отрицательными ионами титана, третья – отрицательными ионами кислорода (рис. 15.1). Минимум энергии взаимодействия между положительными ионами титана и отрицательными ионами кислорода достигается, если они смещаются навстречу друг другу, нарушая тем самым сим-



 $\bigcirc - \mathrm{Ti}^{4+}, \quad \bullet - \mathrm{Ba}^{2+}, \circ_{-} \mathrm{O}^{2^{-}}$

Рис. 15.1. Элементарная ячейка титаната бария

метрию элементарной кристаллической ячейки. Если такое смещение происходит во всех элементарных ячейках кристалла, то сегнетоэлектрик приобретает очень большой электрический дипольный момент в направлении этого смещения. В результате сильного электрического взаимодействия между отдельными поляризованными ячейками они располагаются так, что их дипольные моменты параллельны друг другу. Такое расположение дипольных моментов возможно даже в отсутствие внешнего

электрического поля. Это и есть спонтанная поляризованость \hat{P}_s .

Сегнетоэлектрики отличаются от остальных диэлектриков рядом особенностей.

1. Очень большое значение диэлектрической проницаемости (е » 10⁵), в

то время как у большинства обычных диэлектриков она составляет несколько единиц.

2. Нелинейная зависимость поляризованности P от напряжённости электрического поля E. Это приводит к тому, что диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектрика тоже зависит от напряжённости поля. Для обычных диэлектриков эта величина не зависит от поля и является характеристикой вещества.



Рис. 15.2. Диэлектрический гистерезис

3. Диэлектрический гистерезис («запаздывание»). Рассмотрим поведение сегнетоэлектрика при циклическом изменении внешнего электрического поля (рис. 15.2). При E = 0 в сегнетоэлектрике существует только спонтанная поляризованность \tilde{P}_{s} . Если макроскопический объём сегнетоэлектрика спонтанно поляризован, то он является источником сильного электрического поля. С этим полем связана большая энергия. Следовательно, такое состояние являетэнергетически СЯ невыгодным.

Система из такого состояния стремится перейти к состоянию с меньшей энергией, сохраняя при этом спонтанную поляризованость P_s . Это осуществляется путём разделения макроскопического объёма сегнетоэлектрика на малые области – *домены*, каждый из которых характеризуется вектором спонтанной поляризованности P_s (рис. 15.3). Размеры доменов порядка десятков тысяч ангстрем (порядка микрометра) В пределах одного до-



мена \hat{P}_{s} всех элементарных ячеек ориентирован в одну сторону, но в разных доменах он ориентирован произвольно, поэтому средняя поляризованность всего сегнетоэлектрика равна нулю (точка 0 на рис. 15.2 и рис. 15.3а). При наложении электрического поля поляризованность сегнетоэлектрика будет складываться из спонтанной поляризованности, не зависящей от поля, и индуцированной, вызванной этим полем

$$P = P_{\rm s} + P_{\rm uhd}$$
.

Рис. 15.3. Доменная структура сегнетоэлектрика

Первоначальное увеличение поляризованности происходит из-за роста доменов, с «выгодной» ориентацией за счет доменов с «менее выгодной» ориентацией (рис. 15.3б). «Выгодной» считается такая ориентация дипольных моментов, которая образует острый угол с направлением внешнего электрического поля. Наиболее интенсивно этот процесс протекает для среднего участка кривой 0-1. В точке 1 поляризованность всех доменов оказывается ориентированной вдоль поля E и сегнетоэлектрик превращается в однодоменный кристалл (рис. 15.3в). Он находится в состоянии насыщения и характеризуется напряжённостью E_{hac} и поляризованностью P_{hac} насыщения. Дальнейшее увеличение E приводит к незначительному возрастанию поляризованности и кривая 0-1 переходит в линейный участок 1-1^{*} (рис. 15.3г). Увеличение поляризованности на этом участке происходит за счет индуцированной поляризованности, которая линейно зависит от электрического поля E

$$\overset{\mathbf{h}}{P}_{uh\partial} = \mathbf{e}_{0} (\mathbf{e} \cdot 1) \overset{\mathbf{h}}{E}, \qquad (15.1)$$

где $\mathbf{e}_0 = 8,85 \times 10^{-12} \, \Phi/\text{M}$ – электрическая постоянная. Так как при достижении состояния насыщения поляризованность равна сумме спонтанной и индуцированной поляризованности, то для определения максимальной спонтанной поляризованности P_s необходимо экстраполировать прямую 1-1^{*}. до пересечения с осью *P*. При уменьшении (из точки 1) поля кривая зависимости *P* от *E* не совпадет с первоначальной и пойдет несколько выше (кривая 1-2). При *E* = 0 сегнетоэлектрик не возвращается в неполяризованное состояние, а сохраняет остаточную поляризованность P_{ocm} (отрезок 0-2). Это явление называется диэлектрическим *гистерезисом*. Таким образом, поляризованность P не определяется однозначно полем *E*, а зависит также от предшествующей истории сегнетоэлектрика.

Для деполяризации сегнетоэлектрика, т. е. сведения к нулю остаточной поляризованности, необходимо приложить некоторое поле E_{κ} обратного направления. Напряжённость E_{κ} (отрезок 0-3) называется коэрцитивной силой (коэрцитивным полем). При дальнейшем увеличении поля того же направления поляризованность кристалла меняет свое направление и с ростом поля достигает насыщения в точке 4. Дальнейший рост (от точки 4 до 4^{*}) обусловлен действием индуцированной поляризованности. Если вновь изменять напряжённость от $-E_{\text{нас}}$ до $+E_{\text{нас}}$, то электрическое состояние сегнетоэлектрика будет изменяться вдоль ветви 4^{*}-4-5-6-1-1^{*}. Значение остаточной поляризованности для этой ветви определяется отрезком 0-5, а коэрцитивной силы – отрезком 0-6. Замкнутая кривая 1^{*}-1-2-3-4-4^{*}-5-6-1-1^{*} называется петлей гистерезиса.

При изменении напряжённости поля от -E до +E и последующем возвращении от +E до -E, где E – любое значение напряжённости поля, удовлетворяющее условию $0 < E < E_{\text{нас}}$, будет также получаться петля гистерезиса, называемая частной петлей (частным циклом). Этих циклов мо-

жет быть бесчисленное множество, при этом вершины частных петель лежат на основной кривой 0-1.

Описание метода исследования

Получить и наблюдать петлю диэлектрического гистерезиса можно с помощью электрической схемы, приведенной на рис. 15.4. Два конденсатора C_1 и C_2 соединены последовательно и подключены к регулируемому источнику переменного напряжения. Конденсатор C_2 заполнен обычным «линейным» диэлектриком с постоянной диэлектрической проницаемостью, а конденсатор C_1 – сегнетоэлектриком. Параллельно этой цепочке конденсаторов включены два резистора. Резистор R_1 обладает эквивалентным омическим сопротивлением исследуемого сегнетоэлектрика, а резистор R_2 . служит для подбора равенства фаз напряжений, подаваемых на вход осциллографа (ЭО).



Рис. 15.4. Электрическая схема

ИРПР – источник регулируемого переменного напряжения, R₁, R₂ – резисторы, C₁ –конденсатор с изолятором из сегнетоэлектрика, C₂ – конденсатор с изолятором из линейного дизэлектрика, V₁ и V₂ – вольтметры, ЭО – осциллограф

Ёмкость конденсатора C_1 и напряжённость электрического поля *Е* внутри сегнетоэлектрика рассчитываются по формулам

$$C_1 = \frac{\mathsf{e}_0 \mathsf{e} S}{d},\tag{15.2}$$

$$E = \frac{U_{\rm C1}}{d},\tag{15.3}$$

где е – диэлектрическая проницаемость, S – площадь обкладок, d – расстояние между ними, U_{C1} – напряжение между обкладками. Так как конденсаторы соединены между собой последовательно, то заряды на их обкладках будут одинаковыми

$$Q = C_1 U_{\rm C1} = C_2 U_{\rm C2} \,.$$

Отсюда

$$U_{\rm C1} = \frac{C_2}{C_1} U_{\rm C2}, \qquad (15.4)$$

или, учитывая (15.2), получаем

$$U_{\rm C1} = \frac{C_2 d}{{\rm e_o} {\rm eS}} U_{\rm C2} \,. \tag{15.5}$$

Подставим (15.5) в (15.3), получим

$$E = U_{\rm C2} \frac{C_2}{\mathbf{e}_{\rm o} \mathbf{e} \mathcal{S}}.$$
(15.6)

Из соотношения (15.1) с учетом того, что для сегнетоэлектрика е >> 1, следует

$$E = \frac{P}{\mathbf{e}_{o}\mathbf{e}}.$$

Тогда уравнение (3.6) примет вид

$$\frac{P}{\mathbf{e}_{\mathrm{o}}\mathbf{e}} = U_{\mathrm{C2}} \frac{C_2}{\mathbf{e}_{\mathrm{o}}\mathbf{e}S},$$

откуда следует, что

$$U_{\rm C2} = \frac{S}{C_2} P = U_y, \tag{15.7}$$

то есть напряжение на конденсаторе C_2 пропорционально поляризованности сегнетоэлектрика. Это напряжение подают на вход Y осциллографа.

Найдём напряжение U_{R2} на резисторе R_2 . Ток, текущий через этот резистор, по закону Ома равен

$$I = \frac{U_{\rm R2}}{R_2}.$$
 (15.8)

Такой же ток протекает и по участку цепи с сопротивлением ($R_1 + R_2$)

$$I = \frac{U_{\rm R1} + U_{\rm R2}}{R_1 + R_2},\tag{15.9}$$

где U_{R1} – падение напряжения на резисторе R_1 . Из сравнения уравнений (15.8) и (15.9) получим

$$\frac{U_{\rm R2}}{R_2} = \frac{U}{R_1 + R_2},\tag{15.10}$$

где $U_{R1} + U_{R2} = U_{C1} + U_{C1} = U$ – напряжение, подаваемое на вход схемы (рис. 15.4). Полагаем, что C_2 ? C_1 . Тогда из (15.4) следует, что U_{C1} ? U_{C2} , и $U \gg U_{C1}$. Полагаем также, что R_1 ? R_2 . Тогда из (15.10) следует

$$\frac{U_{\rm R2}}{R_2} = \frac{U_{\rm C1}}{R_1},$$

откуда с учётом равенства (15.3), получаем уравнение

$$U_{\rm R2} = \frac{R_2 d}{R_1} E = U_x, \tag{15.11}$$

то есть напряжение на резисторе R_2 пропорционально напряжённости внешнего электрического поля. Это напряжение подают на вход X осциллографа (рис. 3.4).

Таким образом, из уравнений (15.7) и (15.11) видно, что если напряжение U_{C2} подать на вход вертикальной развёртки осциллографа (Y), а напряжение U_{R2} – на вход горизонтальной развертки (X), то электронный луч в направлении оси Y будет отклоняться пропорционально поляризованности *P* сегнетоэлектрика, а в направлении оси X – пропорционально напряжённости внешнего электрического поля *E*. За один период синусоидального изменения напряжения электронный луч на экране опишет полную петлю гистерезиса, и за каждый последующий период в точности повторит её. Поэтому на экране будет наблюдаться неподвижная петля.

Описание установки

Оборудование: генератор сигналов специальной формы (ГССФ), миниблок «Сегнетоэлектрик», два мультиметра, осциллограф, соединительные провода.

Установка для исследования свойств сегнетоэлектриков состоит из ГССФ, миниблока «Сегнетоэлектрик» (рис. 15.5), двух вольтметров и осциллографа. В качестве исследуемого образца используется изолятор многослойного конденсатора C_1 , который изготовлен из керамики BaTiO₃ с добавкой олова и стронция. Электрическая схема установки приведена на рис. 15.4.



Рис. 15.5. Передняя панель миниблока «Сегнетоэлектрик» А, В – входы для подключения переменного напряжения, *R*₁, *R*₂ – резисторы, C1^{*}, C2 – конденсаторы, Х, Y – выходы для подключения вольтметров и осциллографа

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить таблицу 15.1.

2. Переключатели рода работ обоих мультиметров перевести в положение «V~» и установить предел измерения «20 В».

Таблица 15.1

	Цанианаранна	Предел допускаемой	Абсолютная
N⁰	паименование	относительной погрешности g	систематическая
	приоора	(в % от измеренного значения)	погрешность θ
1	Вольтметры 1, 2	$g_{\rm V} = \frac{qU}{U} = 0,8\%$	$qU = U \frac{0,8\%}{100\%} = B$
2	Шкала экрана осциллографа	$g_{\mathrm{III}} = \frac{ql}{l} 100\% = \%$	¹ ⁄2 цены наимен. дел. шк. q <i>l</i> = мм

Средства измерений и их характеристики

3. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, приведённой на рис. 15.6. Коаксиальный кабель подключить к входу осциллографа «CH2 (Y)», красный штекер кабеля соединить через наборное поле с выходом Y миниблока «Сегнетоэлектрик», а синий с гнездом «– $U_{\rm вых}$ » ГССФ. Второй кабель подключить к входу «CH1 (X)» осциллографа, красный штекер кабеля соединить с выходом X миниблока «Сегнетоэлектрик», а синий с гнездом «– $U_{\rm вых}$ » ГССФ.



Рис. 15.6. Монтажная схема опытной установки: миниблок «Сегнетоэлектрик», V₁, V₂ – мультиметры, ЭО – осциллограф

4. Установить переключатели и регуляторы на панели осциллографа в положения, указанные в таблице на рис. 15.7 для осциллографа «MOS-620», или в таблице на рис. 15.8 для осциллографа «GOS-622».



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
*	*	+	1v	Х	/	AC	*	_	CHź	_	AC	*	Y	/	1v	Н	Н	Н	Н	Н	Н	XY	/	_	*

«+» – нажать, «-» – отжать, «*» – среднее положение, «/» – против часовой стрелки до упора, «н» – не используется

143


Рис. 15.8. Передняя панель осциллографа GOS-625 и таблица положений органов управления

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	25	26	27	28	29	30	31
*	*	+	1v	_	Х	/	1v	_	Y	/	Н	_	/	_	Н	_	Н	XY	+	_	*	_	*	CH	*	—

«+» – нажать, «–» – отжать, «*» – среднее положение, «/» – против часовой стрелки до упора, «н» – не используется

144

5. Кнопками «СЕТЬ» включить питание блоков генераторов напряжений и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка». Кнопками «Установка частоты 0,2 – 20 кГц» установить частоту **50 Гц.**

6. Включить кнопку «POWER» («СЕТЬ»), расположенную на панели осциллографа под экраном, при этом должен зажечься светодиодный индикатор. При помощи регуляторов «INTEN» и «FOCUS», расположенных там же, установить соответственно оптимальную яркость и фокусировку луча.

Внимание! Для предотвращения повреждения люминофора электронно-лучевой трубки не устанавливайте чрезмерную яркость луча и не оставляйте без необходимости длительное время неподвижное пятно на экране.

С помощью регуляторов «< POSITION >» и «POSITION $\frac{D}{\tilde{N}}$ » вывести электронный луч в центр координатной сетки экрана.

7. Кнопкой **D** «Установка уровня выхода 0 ... 15 В» увеличивая напряжение U_y примерно до 4,0 В, получить изображение петли гистерезиса при насыщении сегнетоэлектрика. Признаками насыщения являются «усы» на петле и незначительный *рост её площади* при увеличении напряжения U_y

8. Начертить таблицу 15.2 и записать в неё параметры установки и измеренные по вольтметрам напряжения $U_v^{\mu ac}$ и $U_x^{\mu ac}$.

Таблица 15.2

$C_2 = 6,82$	$\times 10^{-6} \Phi, d = 3$	3,2×10 ^{−3} м, <i>S</i> =	$= 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2,$	$R_1=100\cdot 10$	³ Ом, $R_2 = 10$)·10 ³ Ом
$U_y^{\scriptscriptstyle Hac}$, B	$U_x^{\scriptscriptstyle Hac}$, B	унас, дел	уост, дел.	<i>уs</i> , дел.	<i>х_{нас}, дел.</i>	хк, дел.

Параметры установки и результаты измерений

9. Плавно вращая по часовой стрелке регулятор 15 «VOLTS/DIV» (MOS-620) или 11 «VAR» (GOS-625) на панели осциллографа, увеличить вертикальный размер петли до 8 больших делений сетки экрана.

10. Плавно вращая по часовой стрелке регулятор 6 «VOLTS/DIV» (MOS-620) или 7 «VAR» (GOS-625) на панели осциллографа, увеличить горизонтальный размер петли до 10 больших делений сетки экрана.

11. Регуляторами осциллографа «< POSITION >» и «POSITION $\frac{D}{\tilde{N}}$ »

установить петлю симметрично относительно центра координатных осей.

12. Измерить по масштабной сетке экрана осциллографа координаты пяти характерных точек петли: x_{κ} , x_{hac} , y_{ocm} , y_s , y_{hac} (рис. 15.9). Результаты измерений занести в табл. 15.2. Петлю гистерезиса зарисовать или сфотографировать.



Рис 15.9. Осциллограмма диэлектрического гистерезиса

13. Деполяризовать образец. Для этого, медленно уменьшить напряжение U_y до нуля. При этом площадь петли уменьшится до размеров точки.

14. Начертить таблицу 15.3. Устанавливая последовательно значения U_y от 0 до U_y^{hac} с шагом примерно 0,4 В, измерить и занести в табл. соответствующие значения напряжения U_x .

Таблица 15.3

ח	~
Результаты	измерении
1 00 9000000000000000	noncep chille

<i>N</i> п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
U_y , B											
U_x , B											

15. Нажать кнопку «Исходная установка». Кнопками «СЕТЬ» и «POWER» выключить питание генераторов и осциллографа. Разобрать электрическую цепь установки.

Обработка результатов измерений

Результаты расчетов

1. Начертить табл. 15.4.

Таблица 15.4

			_	J						
<i>P</i> , 10 ⁻² Кл/м										
<i>Е</i> , 10 ⁴ В/м										
e , 10 ⁵										
Рекомендуемый масштаб для построения графиков: по оси $E - 1,0$ см = 0,2 10 ⁻⁴ , В/м, по оси $P - 1,0$ см = 0,2 10 ⁻² Кл/м ² , по оси е $- 1,0$ см = 0,1 10 ⁵ .										

2. По формулам

$$P_{\mu ac} = \frac{C_2}{S} U_y^{\mu ac} \sqrt{2} , \qquad E_{\mu ac} = \frac{R_1}{R_2 d} U_x^{\mu ac} \sqrt{2} ,$$

полученным из (15.7) и (15.11), и данным табл. 15.2 рассчитать поляризованность и напряжённость поля при насыщении сегнетоэлектрика. Вольтметры измеряют действующие напряжения U_x^{hac} и U_y^{hac} , поэтому их значения необходимо умножить на $\sqrt{2}$, чтобы получить амплитудные значения напряжений.

3. По формулам

$$P_s = P_{\mu ac} \frac{y_s}{y_{\mu ac}}, \quad P_{ocm} = P_{\mu ac} \frac{y_{ocm}}{y_{\mu ac}}, \quad E_\kappa = E_{\mu ac} \frac{x_\kappa}{x_{\mu ac}}$$

и данным табл. 15.2 рассчитать спонтанную P_s , остаточную поляризованность P_{ocm} и коэрцитивную силу E_{κ} .

4. По формулам

$$P = \frac{C_2}{S} U_y \sqrt{2}, \quad E = \frac{R_1}{R_2 d} U_x \sqrt{2}, \quad \mathbf{e} = \frac{P}{\mathbf{e}_0 E}$$

и данным табл. 15.2 и 15.3 рассчитать значения поляризованности, напряжённости и диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика. Результаты расчётов занести в табл. 15.4 и построить графики P = f(E) и e = f(E).

5. Оценить погрешности косвенных однократных измерений поляризованности, напряженности и диэлектрической проницаемости по формулам

5.1 Систематические относительные (измеряются в процентах)

$$g_P = \frac{qP}{P} = \frac{qU_y}{U_y}, \quad g_E = \frac{qE}{E} = \frac{qU_x}{U_x}, \quad g_e = \frac{qe}{e} = 1, 1\sqrt{(g_P)^2 + (g_E)^2},$$

где $\frac{\mathsf{q}U_x}{U_x} = \frac{\mathsf{q}U_y}{U_y} = \mathsf{g}_v -$ *относительные* погрешности прямых измерений

напряжений U_x и U_y . Значение величины g_v указано в табл.15.1.

Систематические абсолютные

$$qP = g_P P$$
, $qE = g_E E$, $qe = g_e e$.

6. Оформить отчёт в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание. К отчёту прилагаются рисунок предельной петли гистерезиса и построенные согласно табл. 15.4 графики P = f(E) и e = f(E).

Контрольные вопросы

1. В чем заключается поляризация диэлектриков в электрическом поле?

2. Как находится напряженность электрического поля в диэлектрике?

3. Как объяснить с точки зрения доменной структуры характер зависимости поляризации диэлектрика от электрического поля? 4. Что такое сегнетоэлектрик? Каковы его основные свойства?

5. Что такое спонтанная поляризация сегнетоэлектриков?

6. Каковы основные свойства сегнетоэлектриков?

7. Что такое коэрцитивное поле?

8. Для чего в схеме на рис. 15.4 установлены сопротивления R₁ и R₂?

9. Каким образом на экране осциллографа можно наблюдать петлю диэлектрического гистерезиса?

10. Почему напряжение, подаваемое на Y-вход осциллографа, пропорционально поляризованности сегнетоэлектрика?

11. Почему напряжение, подаваемое на Х-вход осциллографа, пропорционально напряженности электрического поля?

Лабораторная работа Э-16 ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНОГО ПЕРЕХОДА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Цель работы: Построение вольтамперной характеристики полупроводникового диода, определение контактной разности потенциалов невырожденного p-n перехода.

Теория невырожденного р-п перехода

Зона контакта двух невырожденных полупроводников p- и n-типа, называемая p-n переходом, является основным элементом большинства полупроводниковых приборов. Полупроводник называется невырожденным, если он легирован небольшим количеством примесей так, чтобы их валентные электроны не образовывали зону. В полупроводнике n-типа основными носителями заряда являются электроны, отданные донорными примесями в зону проводимости, а неосновными – дырки. В полупроводнике p-типа, наоборот, основными носителями заряда являются дырки, образовавшиеся в валентной зоне при захвате электронов акцепторными





примесями, а неосновными – электроны (рис. 16.1).

Вследствие существования градиента концентрации электронов и дырок в области р-п перехода происходит процесс диффузии основных носителей в тот полупроводник, где их мало. При этом электроны из полуполупроводника п-типа уходят в полупроводник р-типа, оставляя неподвижные ионы доноров с положительным зарядом. Дырки из р-полупроводника в п-полупроводник, уходят оставляя неподвижные ионы акцепторов с отрицательным зарядом. На границе возникают области объёмных зарядов, которые образуют двойной электрический слой толщиной 0,1-1 мкм с контактной разностью потенциалов

 U_{κ} . На рис. 16.1 показано равновесное распределение потенциала электрического поля и потенциальной энергии электронов и дырок W=qj в p-n пе-

реходе. Диффундируя, электроны и дырки рекомбинируют друг с другом. Поэтому p-n переход оказывается сильно обеднённым носителями заряда и приобретает большое сопротивление. Контактное электрическое поле \vec{E}_{κ} препятствует дальнейшей взаимной диффузии основных носителей. Возникает потенциальный барьер qU_{κ} как для электронов, так и для дырок.



Рис. 16.2. Зона контакта двух невырожденных полупроводников

Некоторому количеству основных носителей удаётся преодолеть этот потенциальный барьер, возникает малый ток диффузии Ілиф. Контактное поле способствует встречному дрейфу неосновных носителей, возникает ток дрейфа Ідрейф. При динамическом равновесии ток диффузии равен току дрейфа: $I_{\text{диф}} = I_{\text{дрейф}}$. Результирующий ток равен нулю. Количество основных носителей заряда, которые могут преодолеть потенциальный барьер вследствие теплового движения, определяется законом Больцмана. Поэтому сила тока диффузии, пропорциональная числу диффундировавших электронов и дырок,

Здесь I_0 – константа, зависящая от природы контактирующих полупроводников, qU_{κ} – высота потенциального барьера, kT – мера тепловой энергии.

Рассмотрим влияние внешнего электрического поля $E_{\text{внеш}}$. Пусть к переходу приложено *прямое* напряжение U: потенциал n-области – отрицательный, потенциал p-области – положительный. Внешнее поле ослабляет контактное, уменьшается высота потенциального барьера, ток диффузии возрастает (рис. 16.2). Ток дрейфа не изменяется, оставаясь малым, поскольку мала концентрация неосновных носителей заряда. Уравнение результирующего тока через p-n переход

$$I = I_{\mu\mu\phi} - I_{\mu\rho\mu\phi} = I_0 \exp \bigotimes_{\mathbf{e}}^{\mathbf{a}} \frac{q(U_{\kappa} - U)}{kT} \stackrel{\mathbf{o}}{\stackrel{\mathbf{o}}{\Rightarrow}} - I_0 \exp \bigotimes_{\mathbf{e}}^{\mathbf{a}} \frac{qU_{\kappa}}{kT} \stackrel{\mathbf{o}}{\stackrel{\mathbf{o}}{\Rightarrow}} = I_0 \exp \bigotimes_{\mathbf{e}}^{\mathbf{a}} \frac{qU_{\kappa}}{kT} \stackrel{\mathbf{o}}{\stackrel{\mathbf{o}}{\Rightarrow}} = I_0 \exp \bigotimes_{\mathbf{e}}^{\mathbf{a}} \frac{qU_{\kappa}}{kT} \stackrel{\mathbf{o}}{\stackrel{\mathbf{o}}{\Rightarrow}} \exp \bigotimes_{\mathbf{e}}^{\mathbf{a}} \frac{qU_{\kappa}}{kT} \stackrel{\mathbf{o}}{\stackrel{\mathbf{o}}{\Rightarrow}} - 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\Rightarrow}}} = I_{\mu\rho\mu\nu\phi} \stackrel{\mathbf{a}}{\overset{\mathbf{e}}{\overset{\mathbf{e}}{\overset{\mathbf{u}}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}{\overset{\mathbf{u}}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}{\overset{\mathbf{u}}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}} = 1 \stackrel{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}} = 1 \overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}} = 1 \overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}} = 1 \overset{\mathbf{u}}}{\overset{\mathbf{u}}}} = 1 \overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}} = 1 \overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}} = 1 \overset{\mathbf{u}}{\overset{\mathbf{u}}}} = 1 \overset{\mathbf{u}}}{\overset{\mathbf{u}$$

Результирующее электрическое поле при $U > U_{\kappa}$ «поджимает» основные носители к границе, уменьшается ширина перехода, обедненного носителями, уменьшается сопротивление перехода.

Если к переходу приложено *обратное* напряжение, то внешнее поле совпадает с контактным (рис. 16.3). Возрастает потенциальный барьер,



Рис. 16.3. Зона контакта двух невырожденных полупроводников



Рис. 16.4. ВАХ р-п перехода

уменьшается ток диффузии. Сила тока дрейфа (неосновных носителей) не изменяется, оставаясь малой по величине. Она не зависит от высоты потенциального барьера, с которого неосновные носители «скатываются». Результирующий ток по-прежнему определяется формулой (16.2), в которой внешнюю разность потенциалов *U* следует считать отрицательной.

Зависимость силы тока через электронно-дырочный переход от приложенного напряжения есть вольтамперная характеристика (BAX) p-n перехода (рис. 16.4). При U = 0 сила тока равна нулю. Ток диффузии основных носителей и ток дрейфа неосновных носителей скомпенсированы. С ростом положительного прямого напряжения U сила тока сначала возрастает медленно. Когда внешнее напряжение превысит контактное ($U > U_{\kappa}$), сила тока возрастает очень быстро, по экспоненциальному закону:

$$I \gg I_{\text{дрейф}} \exp \frac{\frac{\partial \Psi}{\partial t}}{e^{kT} \dot{\phi}}, (16.3)$$

так как током дрейфа, то есть единицей в скобках уравнения (16.1), можно пренебречь. При увеличении обратного напряжения сила тока диффузии быстро падает до нуля. Например, при комнатной температуре $kT \approx 0.025$ эВ и уже при U = -0.1 В ток

диффузии составляет $e^{-4} = 0,013$ от тока дрейфа. Результирующая сила тока становится постоянной и равной силе тока дрейфа неосновных носителей, которая мала. При некотором обратном напряжении $U_{\text{проб}}$ возможен электрический пробой электронно-дырочного перехода и ток лавинно нарастает.

Таким образом, электронно-дырочный переход обладает нелинейной ВАХ. При прямом напряжении он, обладая малым сопротивлением, может пропускать большие токи, при обратном – очень малые. Поэтому p-n переход является выпрямляющим контактом и используется для выпрямления переменного тока в полупроводниковых диодах.

Описание установки

Оборудование: Миниблоки «Выпрямительный диод», «Сопротивление» 10 Ом, мультиметры, соединительные провода.



Рис. 16.5. Электрическая схема установки

1 – регулируемый источник постоянного напряжения (0...+15 В), 2 – вольтметр, 3

- миллиамперметр, 4 - диод D



Рис. 16.6. Миниблок «Выпрямительный диод»

А – общий вход двух диодов; Ge – выход германиевого диода; Si – выход кремниевого диода, B и C – питание нагревательной обмотки «0…+15 B», t °C – термопара

В работе используется диод германиевый Д-311А, в котором электронно-дырочный переход образован сплавлением кристалла германия n-типа с индием. К диоду можно приложить либо прямое, либо обратное напряжение, которое измеряется вольтметром 2 (рис. 16.5). Сила тока определяется по миллиамперметру 3. Диод расположен внутри электронагревателя. Измерение температуры производится с помощью термопары, которая подключается к мультиметру, работающему в режиме измерения температуры.

Выполнение работы

Задание 1. Изучение ВАХ диода

1. Начертить и заполнить таблицу 16.1

Таблица 16.1

No	Наименование	Предел допускаемой	Абсолютная		
	прибора	(в % от измеренного значения)	погрешность θ		
1	Вольтметр	$g_V = \frac{qU}{U} = 0,5\%$	$qU = U \frac{0.5\%}{100\%} = B$		
2	Амперметр	$g_{A} = \frac{qI}{I} = 1,5\%$	$qI = I \frac{0,5\%}{100\%} = A$	L	
3	Термометр	$g_{t} = \frac{q(t^{o}C)}{t^{o}C} = 1\%$	$q(t^{o}C) = \frac{g_{t}\%}{100\%}t^{o}C = {}^{o}C$	ζ,	

Средства измерений и их характеристики

2. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, привёденной на рис. 16.7.



Рис. 16.7. Монтажная схема для исследования прямой ветви ВАХ диода: 2 – вольтметр, 3 – миллиамперметр

3. Переключатель рода работ мультиметра 2 (рис. 16.5) перевести в положение «V...» и установить предел измерения «2 В», мультиметра 3 – в положение «А...» и установить предел измерения «200 mA.

4. Включить в сеть блоки питания генераторов напряжений и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка».

5. Начертить таблицу 16.2.

Таблица 16.2

]	Прямая ветвь ВАХ	Обратная ветвь ВАХ			
<i>U</i> , B	<i>I</i> , мА	ln I	<i>U</i> , B	<i>I</i> , мА	
0					

Результаты измерений и вычислений

6. Кнопками «Установка напряжения 0 ... +15 В» на регулируемом источнике питания увеличивать напряжение на диоде. Провести измерения для значений тока в диапазоне до 200 мА. Особое внимание надо обратить на область U < 0.5 В. Шаг до 0.5 В стоит выбирать как можно меньшим, буквально одно нажатие кнопки. Результаты записать в таблицу 16.2.

7. Выключить блок питания генераторов напряжений.

8. **Изменить** на монтажной схеме установки (рис. 16.8) **полярность** подключения миниблока «Выпрямительный диод». Предел измерения миллиамперметра установить на **«2 mA»**.

9. Включить блок питания генераторов напряжения. Кнопками «Установка напряжения 0 ... +15 В» на регулируемом источнике питания увеличивать напряжение на диоде. Провести измерения для значений напряжения от 0 до –15 В с шагом около 0,3 В. Результаты записать в таблицу 16.2.

10. Выключить блок питания генераторов напряжений.

Задание 2. Изучение температурной зависимости тока дрейфа диода

1. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, привёденной на рис. 16.9.

2. Начертить таблицу 16.3 и записать в неё значение обратного тока при комнатной температуре.

3. Кнопками «Установка напряжения 0 ... +15 В» на регулируемом источнике питания увеличивать напряжение на обмотке нагревателя до нескольких вольт.

4. По мере роста температуры диода обратный ток через диод будет расти. Температуру и значение обратного тока необходимо записывать в табл. 16.3. с шагом $2 - 5^{\circ}$ Нагрев должен быть не слишком быстрым (при-

мерно на 1–2° за 1 мин.). Если нагрев слишком быстрый, необходимо уменьшить напряжение на обмотке. Нагревать диод до температуры 70 °C. 5 Выключить блоки питания генераторов напряжений и мультиметров

5. Выключить блоки питания генераторов напряжений и мультиметров.



Рис. 16.8. Монтажная схема установки для исследования обратной ветви ВАХ диода



Рис. 16.9. Монтажная схема для исследования зависимости тока дрейфа от температуры

Таблица 16.3

t, °C	<i>I</i> , мА	$1/T, \mathrm{K}^{-1}$	ln I					

Температурная зависимость тока дрейфа

Обработка результатов измерений

1. По экспериментальным данным (табл. 16.2) построить ВАХ диода. Так как обратный ток составляет несколько микроампер, а прямой – несколько миллиампер, то масштаб для обратного тока нужно увеличить.

2. Оценить U_{κ} . На прямой ветви ВАХ отметить точку, где начинается быстрый рост тока (рис. 16.4). Это напряжение соответствует контактной разности потенциалов U_{κ} . Оценить её погрешность.

3. Оценить U_к другим способом. Логарифмируя (16.1), получаем

$$\ln I = \ln I_{\text{дрейф}} + \frac{q}{kT} \mathcal{U}, \qquad (16.4)$$

то есть $\ln I$ пропорционален прямому напряжению U, если $U > U_{\kappa}$. Определить $\ln I$ и построить график зависимости логарифма силы тока $\ln I$ от прямого напряжения U (рис. 16.10). Убедиться, что в области напряжений $U > U_{\kappa}$ между точками 1 и 2 зависимость линейная. Оценить нижнюю границу напряжения, при котором наблюдается отклонение от линейного закона. Эта граница соответствует контактной разности потенциалов p-n перехода U_{κ} .

4. Оценить контактную разность потенциалов третьим способом. Логарифмируя (16.1), получаем линейную зависимость $\ln I_{дрей\phi}$ от 1/T:

$$\ln I_{\text{дрейф}} = \ln I_0 - \frac{\mathcal{B}}{\mathbf{g}} \frac{U_{\kappa}}{k} \overset{\mathbf{O}}{\overset{\mathbf{O}}{\mathbf{g}}} \frac{1}{T}.$$
(16.5)

Построить график зависимости натурального логарифма $\ln I_{дрей\phi}$ от 1/T (табл. 16.3). Провести на нём прямую наилучшего соответствия. Определить её угловой коэффициент *b*, который должен быть равен

$$b = \frac{qU_{\kappa}}{k}.$$
 (16.6)

где $k = 1,38 \times 10^{-23}$ Дж/К, $q = 1,6 \times 10^{-19}$ Кл. Определить контактную разность потенциалов U_{κ} из (16.6). Оценить её погрешность.

5. Сравнить U_{κ} , полученную тремя разными способами со справочным значением $U_{\kappa} = 0.35 \pm 0.05$ В.

6. Оформить отчет в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание: К отчету прилагаются графики, построенные по данным таблиц 16.2, 16.3.

Контрольные вопросы

1. Почему полупроводники проводят ток?

2. Каков механизм электронной примесной проводимости полупроводников? дырочной примесной проводимости?

3. От чего зависит концентрация основных и неосновных носителей заряда в примесном полупроводнике?

4.Какой проводимостью обладают полупроводники р и п-типа?

5. Что называется областью p-n перехода?

6. Как образуется p-n переход? Объяснить механизм его образования.

7. Как образуется контактная разность потенциалов в p-n переходе?

8. Что происходит с величиной потенциального барьера при приложении внешней разности потенциалов «в прямом направлении»? 9. Что происходит с величиной потенциального барьера при приложении внешней разности потенциалов «в обратном направлении»?

10. Что такое вольтамперная характеристика p-n перехода? Объяснить возникновение прямого и обратного тока.

11. Как влияет температура на вольтамперную характеристику диода?

12. Как из зависимости I(U) полупроводникового диода получить величину контактной разности потенциалов?

Лабораторная работа Э-17 ТУННЕЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ В ВЫРОЖДЕННОМ p-n ПЕРЕХОДЕ

Цель работы: Изучение теории туннельного эффекта, исследование туннельного эффекта в твёрдом теле. Теоретическое и экспериментальное исследование вольтамперной характеристики (BAX) туннельного диода.

Туннельный эффект в твёрдом теле

Допустим, микрочастица массой m и энергией E движется вдоль оси Ox. На её пути находится потенциальный барьер, то есть область пространства, где потенциальная энергия микрочастицы больше, чем кинети-



Рис. 17.1. Потенциальный барьер

ческая. Простейшим является потенциальный барьер прямоугольной формы, высотой U_0 и шириной L (рис. 17.1). В областях 1 и 3 потенциальная энергия частицы равна нулю. Область 2, где потенциальная энергия частицы равна U_0 , является потенциальным барьером. По классическим представлениям, если полная энергия частицы E больше высоты потенциального барьера U_0 , то частица всегда преодолевает этот барьер, а частица с энергией, меньшей U_0 , не

сможет его преодолеть. Согласно квантовой механике, существуют отличные от нуля вероятности отражения частицы с энергией $E > U_0$ и прохождения через потенциальный барьер частиц с энергией $E < U_0$. Это подтверждено опытом. Явление прохождения частицы сквозь потенциальный барьер, отделяющий исходное состояние от конечного, в случае, когда полная энергия частицы меньше высоты барьера, называется *туннельным* эффектом.

Туннельный эффект может быть количественно исследован путем решения основного уравнения квантовой механики – уравнения Шредингера, дополненного условиями, накладываемыми на волновую функцию частицы (Ү-функция):

1) Ү-функция должна быть непрерывной; 2) её первые производные должны быть непрерывны; 3) Ү-функция должна быть ограниченной; 4) функция $|Y|^2$ должна быть интегрируема. Применительно к частице, движущейся к прямоугольному потенциальному барьеру высотой U_0 и шириной L (рис. 17.1), уравнение Шредингера имеет вид:

$$\frac{\P^2 \mathbf{Y}}{\P x^2} + \frac{2m}{\mathbf{h}^2} \left(E - U(x) \right) \mathbf{Y} = 0,$$

где m – масса микрочастицы, $\mathbf{h} = \frac{h}{2p}$, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Джх – постоянная Планка, E – полная энергия частицы, U(x) – потенциальная энергия частицы. В зависимости от области нахождения микрочастицы (рис. 17.1) её потенциальная энергия принимает значения:

$$U(x) = \begin{bmatrix} i & 0, & x < 0 & \text{область 1,} \\ U(x) = \begin{bmatrix} i & U_0, & 0 \pounds x \pounds L & \text{область 2,} \\ \vdots & 0, & x > L & \text{область 3.} \end{bmatrix}$$

Волновая функция Y в областях 1, 2, 3 (рис. 17.2) обозначена Y $_1$, Y $_2$ и Y $_3$. Уравнение Шредингера для каждой области будет иметь соответственно вид:

1) x < 0, U = 0

$$\frac{\P^2 \mathbf{Y}_1}{\P x^2} + \frac{2m}{\mathbf{h}^2} E \mathbf{Y}_1 = 0;$$

2) 0 $\pounds x \pounds L, U_0 > E$

$$\frac{\P^2 Y_2}{\P x^2} + \frac{2m}{h^2} (E - U_0) Y_2 = 0;$$

3) x > L, U = 0

$$\frac{\P^2 Y_1}{\P x^2} + \frac{2m}{h^2} E Y_1 = 0.$$

Получили три однородных дифференциальных уравнения второй степени. Введём обозначения:

$$\frac{2m}{\mathbf{h}^2}E = k^2 \mathbf{H} \frac{2m}{\mathbf{h}^2}(E - U_0) = q^2$$
(17.1)

и получим систему уравнений:

Общее решение этих дифференциальных уравнений можно представить в виде:

$$y_{1}(x) = A_{1}e^{ikx} + B_{1}e^{-ikx},$$

$$y_{2}(x) = A_{2}e^{iqx} + B_{2}e^{-iqx},$$

$$y_{3}(x) = A_{3}e^{ikx} + B_{3}e^{-ikx},$$

(17.2)

где i – мнимая единица. В 1 и 3 уравнениях первое слагаемое описывает плоскую волну, распространяющуюся в положительном направлении оси Ox, а второе – волну, распространяющуюся в обратном направлении (отражённую волну). В третьей области отражённой волны быть не может,

поэтому коэффициент $B_3 = 0$. Коэффициент A_1 связан с интенсивностью пучка частиц, движущихся к барьеру, поэтому задаётся произвольно и может быть приравнен к 1. Для второй области, когда $E < U_0$, получим q = ib – мнимое число. Учитывая (17.1), можно записать:

$$\mathbf{b} = \sqrt{\frac{2m}{\mathbf{h}^2}(U_0 - E)} \; .$$

Тогда решение (17.2) можно переписать в следующем виде:

$$Y_{1}(x) = e^{ikx} + B_{1}e^{-ikx},$$

$$Y_{2}(x) = A_{2}e^{-bx} + B_{2}e^{bx},$$

$$Y_{3}(x) = A_{3}e^{ikx}.$$

Функция $Y_2(x)$ не описывает плоские волны, распространяющиеся в обоих направлениях оси Ox, поскольку показатели степени экспонент не мнимые, а действительные. Исходя из непрерывности волновых функций и их первых производных по *x*, определим граничные условия:

$$Y_{1}(0) = Y_{2}(0), \ Y \not (0) = Y \not (0),$$

$$Y_{2}(L) = Y_{3}(L), \ Y \not (L) = Y \not (L).$$

Совместное решение уравнений, полученных из граничных условий, позволяет найти коэффициенты B_1 , $B_2 A_2$, A_3 и функции $Y_1(x)$, $Y_2(x)$, $Y_3(x)$.



Рис. 17.2. Качественный вид волновой функции

Качественный ВИД функций $Y_1(x)$, $Y_2(x)$ и $Y_{3}(x)$ представлен на рис. 17.2. Из рисунка следует, что волновая функция не равна нулю и внутри барьера. В области 3, если барьер не очень широк, она будет опять иметь вид плоской волны де Бройля с той же частотой, но с меньшей амплитудой. Следовательно, частица имеет отличную от нуля вероятность прохождения сквозь потенциальный барьер конечной ширины.

Вероятность туннелирования частиц принято характеризовать *коэффициентом прозрачности потенциального барьера* – *D*, который определяется отношением квадратов модулей волновой функции Y₃ и первого слагаемого из Y₁, описывающего падающую на барьер волну. Коэффициент прозрачности барьера описывается выражением:

$$D = 16 \frac{E(U_0 - E)}{U_0^2} \exp \frac{a}{b} \frac{2}{h} L \sqrt{2m(U_0 - E)} \frac{\ddot{o}}{\dot{o}}.$$
 (17.3)

Из выражения (17.3) следует, что чем уже потенциальный барьер, тем выше вероятность туннелирования частицы.

Туннельный диод

Туннельный эффект проникновения электронов через потенциальный



Рис. 17.3. Образование двойного электрического слоя при контакте полупроводников с разными типами проводимости

барьер в области электронно-дырочного p-n перехода составляет физическую основу действия обширного класса полупроводниковых приборов – туннельных диодов.

Р-п переходом называется область контакта двух полупроводников с различными типами проводимости (р – дырочная, п – электронная). В случае контакта электронного и дырочного полупроводников между ними начинается интенсивный обмен носителями зарядов (электронами и дырками), в результате

чего образуется двойной электрический слой (рис. 17.3). В области ab пполупроводника и области bc p-полупроводника образуются избыточные заряды противоположных знаков. Двойной слой объемных зарядов толщиной *L* создает контактное электрическое поле, вектор напряжённости $\stackrel{\mathbf{I}}{E}_{k}$ которого направлен от полупроводника n-типа к полупроводнику p-типа.



Рис. 17.4. Образование потенциального барьера в области p-n перехода

Контактная разность потенциалов Uk и напряженность E_k связаны соотношением $U_k = LE_k$. Под действием ЭТОГО электрического поля все энергетические уровни зарядившегося положительно полупроводника п-типа снижаются, а энергетические уровни р-типа полупроводника повышаются. В области р-п перехода энергетические зоны искривляются и образуют потенциальный барьер. Высота этого потенциального барьера определяется разностью положений уровня Ферми в обоих полупроводниках до контакта и равна eU_k (рис. 17.4). При определённой толщине ($L \gg 10^{-6} - 10^{-7}$ м) p-n перехода наступает состояние равновесия. Оно соответствует выравниванию уровней Ферми в обоих полупроводниках. При этом образуется равновесный контактный слой, обладающий повышенным сопротивлением, по сравнению с сопротивлением остальных объёмов полупроводников. Всё это относится к полупроводникам с небольшим количеством примесей. Такие полупроводники называются невырожденными. Также будет называться и p-n переход между ними. Свойства р-п перехода существенно зависят от степени легирования полупроводников. При высоких концентрациях примеси (10²⁴ – 10²⁶ м⁻³) примесные уровни атомов расположены настолько близко друг от друга, что волновые функции их электронов перекрываются и примесные уровни размываются в зоны. Эти зоны, в свою очередь, перекрываются с зоной проводимости в n-области и валентной зоной в p-области, так что ширина запрещённой зоны уменьшается. Уровень Ферми располагается не в запрещённой зоне, а внутри зоны проводимости полупроводника n-типа и



полупроводниках

валентной зоны полупроводника р-типа (рис. 17.5). Такие полупроводники называются вырожденны-Энергетические МИ. зоны в области пересильно хода очень искривляются, а толщина переходной области L уменьшается до 10⁻⁸ –10⁻⁹ м, и появляется вероятность прямого туннельного перехода электрона

сквозь потенциальный барьер, образованный двойным электрическим слоем. Однако для того, чтобы электроны могли пройти через потенциальный барьер, необходимо, чтобы против занятого электроном энергетического уровня по одну сторону p-n перехода был свободный энергетический уровень по другую его сторону.

Вольтамперная характеристика туннельного диода



Рис. 17.6. Вольтамперная характеристика туннельного диода



Рис. 17.7. Напряжение, приложенное к p-n переходу отрицательное. Возникновение обратного туннельного тока



Рис. 17.8. Совпадение нижнего уровня зоны проводимости полупроводника n-типа с уровнем Ферми полупроводника p-типа

Принцип действия туннельного диода можно понять из рассмотрения энергетических диаграмм p-n перехода, соответствующих различным точкам его ВАХ, приведённой на рис. 17.6. Область ВАХ между напряжением

 U_1 и U_2 называется областью отрицательного сопротивления.

При отсутствии внешнего напряжения (U = 0) уровни Ферми в электронном и дырочном полупроводниках совпадают (рис.17.5). В этих условиях вероятность перехода электронов из электронного полупроводника на свободные уровни полупроводника дырочного равна вероятности такого же перехода электронов из дыполупроводника рочного В электронный. Против уровней, концентрация на которых электронов по одну сторону рn перехода велика, мало

свободных уровней по другую сторону перехода. И, наоборот, против уровней, на которых концентрация электронов невелика, находится много свободных уровней. Поэтому движение электронов из полупроводника п-типа уравновешивается встречным потоком электронов и их суммарный поток равен нулю (точка О на рис. 17.6).

Внешнее напряжение, приложенное к p-n переходу, нарушает равновесие, а следо-



Рис. 17.9. Совпадение верхнего уровня валентной зоны полупроводника р-типа с нижним уровнем зоны проводимости полупроводника n-типа

вательно, результирующий ток через р-п переход не будет равен $(I^{1} 0).$ Если нулю внешнее напряжение отрицательное (рис. 17.7), то внешнее электрическое поле направлено так же, как и контактное. Это приводит к увеличению потенциального барьера на величину |eU|. Однако уровень Ферми в полупроводнике птипа смещен вниз по сравнению с таковым в полупроводнике ртипа. Вследствие этого электроны туннелируют из полупровод-

ника р-типа на свободные уровни полупроводника n-типа, и их поток через p-n переход значительно превышает встречный поток электронов (точка *а* на рис. 17.6). Это обратный туннельный ток.

Если к p-n переходу приложено положительное напряжение, высота потенциального барьера уменьшается на величину |eU|, вследствие чего потолок валентной зоны дырочного полупроводника и дно зоны проводи

мости электронного полупроводника сближаются. Уровень Ферми в полупроводнике п-типа выше, чем уровень Ферми в полупроводнике р-типа. Туннельный ток через p-n-переход обусловлен переходом электронов с заполненных уровней полупроводника n-типа на свободные уровни полупроводника р-типа. С ростом прямого напряжения ток растёт экспоненциально (точка в на рис. 17.6). Ток растёт до тех пор, пока смещение энергетических зон не достигнет такого состояния, при котором максимальной концентрации занятых уровней в электронном полупроводнике будет соответствовать максимальная концентрация свободных уровней в дырочном полупроводнике. При $U = U_1$ дно зоны проводимости полупроводника птипа совпадает с уровнем Ферми полупроводника р-типа (рис. 17.8). Ток при этом достигает максимального значения I_1 (рис.17.6). Дальнейший рост напряжения приведёт к уменьшению числа занятых электронами уровней в п-области, расположенных напротив свободных уровней в р- области. Вследствие этого ток начнет резко уменьшаться (точка г на рис. 17.6). Ток достигнет минимального значения I₂ при совпадении верхнего уровня валентной зоны полупроводника р-типа с нижним уровнем (дном) зоны проводимости полупроводника n-типа (рис. 17.9). При этом уменьшается число электронов, способных совершить прямой туннельный переход из электронного полупроводника в дырочный, и при $U = U_2$ ни один электрон не может пройти сквозь барьер, так как не остается разрешённых уровней энергии слева и справа от p-n перехода. Сила тока I₂ (точка ∂ на рис. 17.6) обусловлена, главным образом, высокой концентрацией примесей, при которой примесные уровни размываются в зоны, сливающиеся с остальными зонами. При дальнейшем повышении напряжения в прямом направлении изменяется механизм проникновения электронов через p-n переход. Он становится таким же, как в обычном диоде. Ток определяется движением основных носителей, преодолевающих потенциальный барьер. Ток снова возрастает (точка *e* на рис.17.6).

Описание установки

Оборудование: Миниблок «Туннельный диод», миллиамперметр, вольтметр, источник питания, соединительные провода.

Монтажная схема установки для снятия ВАХ туннельного диода АИ-201 представлена на рис.17.11. Установка предназначена для исследования только прямой ветви ВАХ. При изменении напряжения «0...+15 В» изменяется ток туннельного диода, который измеряют миллиамперметром. Напряжение на туннельном диоде измеряют вольтметром. Справочные данные о вольтамперной характеристике туннельного диода АИ-201: $U_1 = 50$ мВ, $U_2 = 250$ мВ, $I_1 = 12$ мА.

Выполнение работы

1. Начертить и заполнить таблицу 17.1.

Таблица 17.1

N⁰	Наименование прибора	Предел допускаемой <i>относительной</i> погрешности g (в % от измеренного значения)	Абсолютная систематическая погрешность q							
1	Вольтметр	$g_V = \frac{qU}{U} = 0,5\%$	$qU = U \frac{0,5\%}{100\%} =$	В						
2	Амперметр	$g_{\rm A} = \frac{qI}{I} = 1,5\%$	$qI = I \frac{0,5\%}{100\%} =$	A						

Средства измерений и их характеристики

2. Собрать электрическую цепь по монтажной схеме, приведенной на рис. 17.11.

3. Переключатель рода работ вольтметра перевести в положение «V...» и установить предел измерения «2 В», миллиамперметра – в положение «А...» и установить предел измерения «200 mA.

4. Включить в сеть блоки питания генераторов напряжений и мультиметров. Нажать кнопку «Исходная установка».

5. Начертить таблицу 17.2.

6. Увеличивая напряжение регулируемого источника от 0 до +15 В, по вольтметру измерять напряжение на диоде, а по миллиамперметру ток. Для диапазона от 0 до 0,2 В. шаг выбирать 10 мВ, для больших напряжений 20 – 40 мВ. Результаты занести в табл. 17.2.

7. Повторить измерения, плавно уменьшая напряжение регулируемого источника до нуля. Результаты занести в табл. 17.2.

8. Выключить блоки питания генераторов напряжений и мультиметров.



Рис. 17.11. Монтажная схема для исследования прямой ветви ВАХ туннельного диода

Таблица 17.2

Результаты измерений

Вольтамперная характеристика (ВАХ) туннельного диода						
<i>U</i> -, B	<i>I</i> - , мА	U^{-} , B	<i>Г</i> , мА			
0						
•••			•••			

Обработка результатов измерений

1. По результатам измерений построить график зависимости силы тока диода *I* от напряжения *U*.

2. Из графика найти значения U_1 , U_2 и I_1 . Результаты занести в табл. 17.3. Оценить погрешность величин.

Таблица 17.3

Величина	Измеренное	Табличное
<i>I</i> ₁ , мА		
U_1, B		
U_2, B		

Результаты измерений

3. Экспериментальные результаты сравнить со справочными данными.

4. Оформить отчет в соответствии с прилагаемым образцом.

Примечание: Построенная согласно табл. 17.2 ВАХ туннельного диода прилагается к отчёту. Все данные откладываются на одном графике. Экспериментальные точки не соединять.

Контрольные вопросы

1. Что такое коэффициент прозрачности барьера? От чего он зависит?

- 2. Из чего состоит туннельный диод?
- 3. Какие полупроводники называются вырожденными?
- 4. Какие полупроводники называются невырожденными?

5. Почему толщина двойного электрического слоя в области контакта вырожденных полупроводниках p- и n-типа гораздо меньше, чем у невырожденных?

6. Почему вырожденный р-п переход не обладает односторонней проводимостью?

7. Чем обусловлено явление возникновения области отрицательного сопротивления в вольтамперной характеристике диода?

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Погрешности измерений физических величин

Измерения. Типы измерений

Установление закономерностей физических явлений осуществляется путем *наблюдений*, *измерений* и *обобщений*. Особое место в этом процессе отводится измерениям. Различают *прямые* и *косвенные* измерения. При прямых измерениях физическая величина определяется по шкале прибора, которая проградуирована в единицах измеряемой величины. Результат косвенных измерений вычисляется по данным прямых измерений других величин, которые связаны с измеряемой величиной математической зависимостью. Следует заметить, что косвенными измерениями определяются наибольшее число физических величин, причем, иногда этот способ измерений является единственно возможным.

Погрешности измерений и их классификация

Результаты измерений, вследствие несовершенства измерительных приборов, наших органов чувств, и других независящих от нас причин, всегда содержат погрешность. Это значит, что в любом измерении мы получаем не истинное значение физической величины, а лишь близкое к нему. Теория погрешностей дает нам возможность установить предельное значение погрешности, определить интервал, в котором вероятнее всего находится истинное значение измеряемой величины.

Все погрешности можно разделить на два типа: систематические и случайные.

Систематические погрешности – погрешности, которые при повторении измерений одной и той же величины остаются постоянными или закономерно изменяются. Источниками таких погрешностей являются несовершенство приборов и метода исследования, неправильные приемы измерений, неточные зависимости (формулы) и константы, используемые при вычислениях и т. п.

Случайные погрешности – погрешности, обусловленные действием большого числа неподдающихся контролю независимых друг от друга факторов. При повторных измерениях они изменяются неизвестным образом и по величине, и по знаку. Случайные погрешности подчиняются законам вероятности и поэтому многократные повторения одного и того же измерения уменьшают их влияние на результат. Однако полностью исключить случайные погрешности невозможно. Источниками таких погрешностей являются физиологические изменения органов чувств исполнителя и, как следствие этого, неточность отсчетов, неучитываемые изменения в среде, изменение свойств объекта измерения и т.п.

Разновидность случайных погрешностей – *грубые* погрешности или *промахи*. В большинстве случаев промахи хорошо заметны, так как соответствующие им отчеты резко отличаются от других. Особенно, если проделано несколько измерений одной и той же величины. При обработке результатов измерений такие отсчеты следует отбрасывать. Источниками промахов являются неправильные отсчеты по шкале приборов, неправильная запись результатов измерений и т.п.

Абсолютная и относительная погрешности

Если х есть измеренное значение истинной величины А, то

$$DA = (x - A)$$

называют *истинной абсолютной* погрешностью величины *x*, а отношение

$$g = \frac{(x - A)}{A}$$

– истинной относительной погрешностью. Но так как истинное значение A в большинстве случаев неизвестно, то неизвестны и истинные погрешности. Однако можно указать граничную величину истинной погрешности Dx, для которой выполняется условие

$$(x - \mathbf{D}x) \pounds A \pounds (x + \mathbf{D}x).$$

Величина Dx называется *абсолютной* погрешностью. Она измеряется в тех же единицах, что и измеряемая величина и служит для сравнения точности измерения одинаковых по наименованию и порядку физических величин. Величина

$$g = \frac{Dx}{x}$$

называется *относительной* погрешностью. Она служит для сравнения точности измерений физических величин любых наименований и порядков и измеряется либо в долях (частях) либо в процентах от значения измеряемой величины.

В данном пособии приняты следующие обозначения:

А – истинное значение измеряемой величины,

х – измеряемая величина,

*x*₁, *x*₂, *x*₃,..., *x*_N – случайные значения измеряемой величины *x*,

áxñ – среднее арифметическое значение измеряемой величины x,

qx – абсолютная систематическая погрешность,

g – относительная систематическая погрешность,

d – доверительная граница абсолютной случайной погрешности,

- е доверительная граница относительной случайной погрешности,
- D доверительная граница абсолютной суммарной погрешности,
- Е доверительная граница относительной суммарной погрешности.

Обработка результатов прямых измерений

Однократные измерения. Абсолютная систематическая погрешность

 q_x определяется в основном максимальной погрешностью измерительных приборов $(q_x)_{при\delta}$. Для *аналоговых* приборов она находится через *класс точности* К

$$q_x = (q_x)_{\text{приб}} = \frac{K\% x_{\text{макс}}}{100\%}.$$

Класс точности прибора – это выраженное в процентах отношение абсолютной систематической погрешности к пределу измерений $x_{\text{макс}}$ по его шкале

$$K\% = \frac{(\mathbf{q}x_{\Pi p u \delta})100\%}{x_{\text{макс}}}.$$

Обычно класс точности указывается на шкале прибора. Если прибор не классифицирован, то за погрешность измерительных приборов берется *половина цены наименьшего деления шкалы*.

Относительная систематическая погрешность вычисляется по формуле

$$g = \frac{qx}{x}$$

Для *цифровых* приборов максимальная погрешность находится по формуле

$$(\mathbf{q}x)_{npu\delta} = \frac{\mathbf{g}\% \times x}{100\%},$$

где **9**% – предел допускаемой относительной систематической погрешности. Эта величина обычно указывается в паспорте прибора и выражается в процентах от измеренного значения. Если паспорт отсутствует, то абсолютная систематическая погрешность цифрового прибора оценивается как *цена деления минимального стабильного разряда*.

Многократные измерения. Если измерения некоторой физической величины проделаны в одинаковых условиях *N* раз

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$$
,

то наиболее близким к неизвестному истинному значению А этой величины будет среднее арифметическое отдельных измерений

$$\mathbf{\dot{a}} \mathbf{x} \mathbf{\tilde{n}} = \frac{1}{N} \mathbf{\overset{N}{\overset{N}{\mathbf{a}}}} x_i$$

Предел этой величины при $N \otimes \mathsf{H}$ равен A

$$\lim_{N \otimes \mathsf{F}} \mathbf{\dot{a}} x \mathbf{\tilde{n}} = A$$

Поскольку результат каждого измерения x_i является величиной случайной, то и возникающие погрешности так же носят случайный характер. Поэтому оценить возможные отклонения áxñ от истинного значения A

можно с помощью методов теории погрешностей, основанной на теории вероятностей.

В большинстве физических экспериментов случайные погрешности подчиняются *нормальному закону распределения*. Описывается этот закон формулой Гаусса

$$f(\mathrm{d}x) = \frac{1}{\mathrm{s}\sqrt{2\mathrm{p}}} e^{-\frac{(\mathrm{d}x)^2}{2\mathrm{s}^2}},$$

где f(dx) - функция распределения случайных погрешностей, характеризующая вероятность*P*появления погрешностей <math>dx. Величина s - cpedняя*квадратичная погрешность отдельного измерения*, характеризует разбросзначений измеряемой величины относительно её истинного значения. Чемменьше <math>s, тем меньше этот разброс, тем точнее измерения. Квадрат этой величины (s^2) называется *дисперсией измерений*. Средняя квадратичная погрешность вычисляется по формуле

$$\mathbf{s} = \sqrt{\frac{1}{N} \bigotimes_{i=1}^{N} (x_i - A)^2}$$

Форма кривых Гаусса для трех значений S, равных 1, 1/2, 1/4, представлена на рис. П.1.



Рис. П.1. Форма кривых Гаусса

Зная s, по формуле Гаусса можно вычислить вероятность P того, что результат измерений отличается от истинного значения не более, чем на величину случайной погрешности dx

$$P\{(\acute{ax}\vec{n} - dx) < A < (\acute{ax}\vec{n} + dx)\} = \frac{1}{s\sqrt{2p}} \overset{\acute{ax}\vec{n} + dx}{\overset{\diamond}{\mathbf{O}}} e^{-\frac{(dx)^2}{2s^2}} d(dx).$$
(II.1)

Величину P называют доверительной вероятностью, интервал значений от (áxñ- dx) до (áxñ+ dx) – доверительным интервалом, а границы погрешностей dx – доверительными границами погрешностей. Таким образом, для характеристики случайной погрешности измерения необходимо указать две величины: саму случайную погрешность dx и её доверительную вероятность P.

Результаты расчетов по формуле (П.1) обычно приводят в таблицах, где для любой погрешности dx, выраженной в долях s (e=dx/s) указаны значения доверительной вероятности *P*. Так вероятность того, что результат отдельного измерения отличается от истинного не более чем на $dx = \pm s$, то есть e = 1, равна 0,68. Это значит, что 68% случайных погрешностей меньше s, а остальные 32% – больше s. Если $dx = \pm 2s$, то P = 0.995, если $dx = \pm 3s$, то P = 0.997. На рис П.2 графически изображены приведенные соотношения.



ас. П.2. Зависимость доверительной вероятности от погрешности измерения

В учебных лабораториях доверительная вероятность P берется, как правило, равной 0,95. Это значит, что 95% случайных погрешностей меньше 2s, остальные 5% – больше 2s.

Средняя квадратичная погрешность **s** характеризует точность *отдельного* измерения. Экспериментатора обычно интересует средняя квадратичная погрешность среднего арифметического *ряда* измерений **s**_{áxň}. Математическая статистика даёт соотношение, связывающее эти величины $s_{áxň} = s / \sqrt{N}$, где *N* – число измерений.

Для нахождения величины S необходимо провести бесконечно большое число измерений и построить зависимость f = (dx). В реальности число измерений всегда конечно, поэтому истинное значение измеряемой величины A неизвестно, неизвестны и S и S_{áxñ}. Можно найти лишь их приближенные оценки S и S_{áxñ}:

$$S = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \mathop{\text{a}}\limits_{i=1}^{N} (x_i - \acute{a}x\widetilde{n})^2}, \ S_{\acute{a}x\widetilde{n}} = \frac{S}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \mathop{\text{a}}\limits_{i=1}^{N} (x_i - \acute{a}x\widetilde{n})^2}.$$
(II.2)

Величина *S* называется выборочной средней квадратичной погрешностью отдельного измерения, а *S*_{áxň} – выборочной средней квадратичной погрешностью среднего арифметического ряда измерений. Причем

$$\lim_{N \circledast ¥} S = \mathsf{S} \ \mathsf{u} \ \lim_{N \circledast ¥} S_{\operatorname{\acute{a}x}\widetilde{\mathsf{n}}} = \mathsf{S}_{\operatorname{\acute{a}x}\widetilde{\mathsf{n}}}.$$

Если число измерений N^3 30, то различие между S_{áxň} и её оценкой $S_{áxň}$ невелико. В учебных лабораториях, как правило, ограничиваются небольшим числом измерений (N = 3-5), поэтому это различие существенно и для правильной оценки доверительных границ случайной погрешности вводятся коэффициенты Стьюдента $t_{P,N}$. Эти коэффициенты зависят от доверительной вероятности P и числа измерений N и их значения, как правило, приводятся в таблицах (Приложение 2).

Итак, получив значения $S_{\text{áxñ}}$ по формуле (П.2), задав доверительную вероятность P и найдя по известному числу измерений N коэффициент Стьюдента $t_{P,N}$, оценивают доверительную границу *случайной* погрешности по формулам:

абсолютная

$$dx = t_{P,N} \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \mathop{\texttt{a}}_{i=1}^{N} (x_i - \acute{a}x\widetilde{n})^2},$$

относительная

$$\mathbf{e}_x = \frac{\mathbf{d}x}{\mathbf{\dot{a}}x\mathbf{\tilde{n}}}.$$

Если систематическая погрешность Qx и доверительная граница случайной погрешности dx близки по значению, то определяется доверительная граница суммарной погрешности:

абсолютная

$$\mathsf{D} = \sqrt{(\mathsf{q}x)^2 + (\mathsf{d}x)^2} \,,$$

относительная

$$E = \frac{\mathsf{D}}{\mathsf{á}x\tilde{\mathsf{n}}}$$

В случае если одна из погрешностей в три и более раза превосходит другую, то в качестве суммарной погрешности берется большая из них.

Обработка результатов косвенных измерений

Однократные измерения. При косвенных измерениях значение искомой величины *z* находят по результатам прямых измерений величин *x*, *y*, ..., которые связаны с *z* известной математической зависимостью

$$z = f(x, y, ...).$$
 (II.3)

Из математики известно, что полный дифференциал функции (П.3) определяется по формуле

$$dz = \frac{\P z}{\P x} dx + \frac{\P z}{\P y} dy + \dots$$

При малых значениях дифференциалов аргументов dx, dy, ... приращение функции D_z приближенно равно её дифференциалу dz

$$\mathsf{D}_{z} = \frac{\P_{z}}{\P_{x}} \mathsf{D}_{x} + \frac{\P_{z}}{\P_{y}} \mathsf{D}_{y} + \dots \ .$$

Разделим обе части последнего уравнения на z

$$\frac{\mathsf{D}z}{z} = \frac{1}{z} \frac{\P z}{\P x} \mathsf{D}x + \frac{1}{z} \frac{\P z}{\P y} \mathsf{D}y + \dots \ .$$

Или

$$\frac{\mathsf{D}z}{z} = \frac{\P(\ln z)}{\P x} \mathsf{D}x + \frac{\P(\ln z)}{\P y} \mathsf{D}y + \dots \ .$$

Таким образом, для нахождения абсолютной и относительной погрешностей можно воспользоваться формулами для вычисления дифференциала искомой функции *z*. Практически, удобнее сначала найти *относительную погрешность по правилу дифференцирования натурального логарифма исходной функции с последующей заменой знака дифференциала на знак погрешности, а затем абсолютную.*

Учитывая закон сложения погрешностей, согласно которому для нахождения суммарной погрешности нужно складывать не сами погрешности, а их квадраты, расчетные формулы для *систематической* погрешности результата измерения величины *z* будут иметь вид:

относительная

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{q}z}{z} = 1.1 \sqrt{\mathbf{g} \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{g}} \frac{\mathbf{q}(\ln z)}{\mathbf{q}x} \mathbf{q}x \frac{\ddot{\mathbf{o}}^2}{\ddot{\mathbf{g}}} + \mathbf{g} \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{q}} \frac{\mathbf{q}(\ln z)}{\mathbf{q}y} \mathbf{q}y \frac{\ddot{\mathbf{o}}^2}{\dot{\mathbf{g}}} + \dots,$$

абсолютная

 $\mathbf{q}_{z} = \mathbf{g} \times \mathbf{z}$.

Многократные измерения. Если проведена серия прямых измерений величин *x*, *y*, ..., то находят их оценки, то есть средние арифметические. Тогда наиболее вероятным значением *z* следует считать \acute{a}_{z} ñ, которое получается, если в исходную формулу подставить средние значения аргументов, то есть

$$z = \acute{a}z \widetilde{n} = f(\acute{a}x\widetilde{n},\acute{a}y\widetilde{n},...)$$

Учитывая вышеизложенное, расчетные формулы для *систематической* погрешности результата измерения величины *z* будут иметь вид:

относительная

абсолютная

$$q_z = g \times \hat{a}_z \tilde{n}.$$

Для доверительной границы *случайной* погрешности: *относительная*

$$\mathbf{e} = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{\acute{a}}z\tilde{\mathsf{n}}} = \sqrt{\mathbf{e}} \frac{\mathbf{e}^{\mathbf{f}}(\ln z)}{\mathbf{f}x} \mathbf{q}x \frac{\ddot{\mathsf{o}}^{2}}{\dot{\mathbf{g}}} + \mathbf{e}^{\mathbf{f}}_{\mathbf{g}}(\ln z)} \mathbf{q}y \frac{\ddot{\mathsf{o}}^{2}}{\dot{\mathbf{g}}} + \dots,$$

абсолютная

 $d_z = e \times \hat{a}_z \tilde{n}$.

В этих формулах все частные производные вычисляются при $x = \acute{a}x \widetilde{n}$, $y = \acute{a}y \widetilde{n}, \ldots$, а значения случайных погрешностей dx, dy, ... вычисляются как для результатов прямых измерений при одном и том же значении доверительной вероятности *P*.

Если величины погрешностей q_z и d_z близки по значению, то оценивается суммарная погрешность:

абсолютная

$$\mathsf{D} = \sqrt{(\mathsf{q}z)^2 + (\mathsf{d}z)^2} \,,$$

относительная

$$E = \frac{\mathsf{D}}{\mathsf{\acute{a}}_{\mathcal{I}}\tilde{\mathsf{n}}}.$$

Если же одна из абсолютных погрешностей больше другой в три и более раза, то за суммарную погрешность берется большая из них.

Окончательный результат многократного косвенного измерения величины *z* записывается в виде

 $z = (áz \tilde{n} \pm Dz), E = ... % при P = 0,95.$

Построение и оформление графиков

Графики представляют в наиболее наглядной форме результаты измерений при их минимальной обработке. Как правило, графики строятся при изучении функциональной зависимости одной величины от другой y = f(x). По графику, можно сразу выявить характерные особенности изучаемых зависимостей: области возрастания или убывания, максимумы и минимумы, области наибольшей и наименьшей скорости изменения, периодичность и т. д. Кроме того, обработка графиков позволяет вывести эмпирические соотношения между изучаемыми величинами, то есть найти вид функции y = f(x) и определить её параметры, что часто и является конечной целью эксперимента.

Для эффективного использования графического метода необходимо знать определённые правила построения графиков и элементарные способы обработки графического материала.

Выбор координатных осей.

График выполняется на листе миллиметровой бумаги размером не более 140 180 мм. На бумагу наносятся координатные оси примерно равной длины. Горизонтальная ось (ось абсцисс) отводится аргументу, то есть величине, которую задает экспериментатор, а вертикальная ось (ось ординат) – функции. В конце каждой оси указывают символ величины, десятичный множитель $10^{\pm\kappa}$ и её наименование. Множитель $10^{\pm\kappa}$, где κ – целое число, позволяет опустить нули при нанесении шкалы. Например, писать 1, 2, ... вместо 0,001, 0,002,... и т.д.

Выбор интервалов.

Интервалы изменения переменных на каждой оси выбирают независимо друг от друга так, чтобы была представлена лишь экспериментально исследованная область изменения измеренных величин, а сам график занимал бы практически все поле чертежа. При этом начало координат (0, 0) не обязательно помещать на графике. Это разумно лишь в том случае, когда не надо значительно увеличивать размеры графика, или когда точка (0, 0) есть наиболее надёжный результат измерения (например, при измерении сопротивления *R* точка U = 0, и I = 0).

Выбор масштабов и нанесение шкал по осям.

Масштаб должен быть простым и удобным для нанесения точек на график. За единицу масштаба выбирают отрезок оси, кратный 5, 10, 50 или 100 мм, что позволяет легко отсчитывать доли отрезка. Такому отрезку должно соответствовать «круглое» число единиц измеряемой величины (1, 2, 5, реже – 4, или те же цифры, умноженные на $10^{\pm \kappa}$). Число делений с цифрами на каждой оси должно быть минимально необходимым для ясного понимания шкалы и составляет обычно от 4 до 10.

Нанесение точек и проведение экспериментальной кривой.

Числовые результаты точно и тщательно наносятся на координатную плоскость в виде точек или знаков $\mathbf{0}$, \ddot{A} , $\dot{}$, \mathbf{V} , +. Если нанесённые экспериментальные точки недостаточно наглядно отражают результаты опы-



Рис. П.3. Пример построения графика

та, то проводят «наилучшую» кривую, проходящую как можно ближе к экспериментальным точкам. При этом сами точки должны располагаться по обеим сторонам кривой примерно поровну. Не следует соединять точки ломаной линией. Обычно физические зависимости соответствуют гладким, плавно меняющимся функциям, поэтому кривые проводятся без резких изломов и перегибов. Кривая не должна заслонять экспериментальных точек, поскольку именно точки являются результатом опыта, а кривая – лишь толкование результата. На графике пишется заголовок и краткое пояснение того. что изображено (рис.П.3).

Графический анализ экспериментальных данных.

Для этого на график наносят опытные точки, а теоретическую кривую проводят через точки, рассчитанные по уравнению. Если теория дает лишь вид зависимости, а её параметры неизвестны и их надо определить из опыта, то экспериментальную зависимость необходимо привести к линейному виду (параметры прямой найти легче). Для этого используются функциональные шкалы: по осям откладываются не сами измеряемые величины, а такие функции этих величин, которые позволяют линеаризовать зависимость.

Определение параметров линейной зависимости.

Пусть измеренные величины x и y связаны линейной зависимостью вида $y = \kappa x + b$ и нужно определить её параметры $\kappa u b$. Для этого эксперимен-



нию (рис. П.4). На концах линии

тальные точки наносят

выбирают две произвольные точки 1 и 2 так, чтобы отрезок (x1-x2) выражался целым числом. Среднее значение углового коэффициента \acute{a} к \tilde{n} вычисляют как отношение, определяющее наклон прямой

на график и проводят прямую ли-

$$\acute{a}\kappa \tilde{n} = \frac{y2 - y1}{x2 - x1} = tga$$

Параметр *b* находят по графику как ординату точки пересечения пря-

мой с осью у.

Разброс экспериментальных точек относительно проведённой прямой будет определять случайные погрешности параметров. Оценим погрешность величины *b*. Для этого проведем параллельно опытной прямой по



Рис. П.5

обе стороны две линии A и B так, чтобы большинство точек (95%) оказалось внутри (рис. П.5). Тогда величину (bA - bB) можно трактовать как интервал, равный четырём выборочным среднеквадратичным погрешностям S, внутрь которого попадает не менее 95% измерений, то есть

$$(bA - bB) = 4S.$$

Из этого уравнения находим *S* и по формуле

$$db = t_{p,N} \frac{S}{\sqrt{N}} = t_{p,N} \frac{(bA - bB)}{4\sqrt{N}},$$
 (II.4)

оцениваем случайную погрешность величины db

Для оценки случайной погрешности углового коэффициента *к*, среднее значение которого находится из треугольника 1-2-3



$$\acute{a}\kappa \widetilde{n} = \frac{y2 - y1}{x2 - x1},$$

проводят параллельно экспериментально построенной прямой две линии *A* и *B* так, чтобы 95 % точек оказалось между ними (рис. П.б. Крайние точки 1*A* - 2*A*, 1*B* - 2*B* соединяют линиями крест-накрест. Это – экспериментальные прямые, проведенные под максимально и минимально возможными углами. Их угловые коэффициенты:

$$\kappa_{\text{max}} = \frac{y2B - y1B}{x2 - x1}, \ \kappa_{\text{мин}} = \frac{y2A - y1A}{x2 - x1} \tag{\Pi.5}$$

Полученные выражения можно трактовать как наибольшее и наименьшее значение углового коэффициента κ , отличающегося от среднего на четыре выборочных среднеквадратичных погрешностей S, то есть

$$\left(\kappa_{\text{Max}} - \kappa_{\text{MUH}}\right) = 4S \tag{\Pi.6}$$

Тогда по аналогии с уравнением (П.3) случайная погрешность углового коэффициента оценивается по уравнению

$$\mathsf{d}\kappa = t_{p,N} \frac{\left(\kappa_{\max} - \kappa_{\min}\right)}{4\sqrt{N}}.$$
(II.7)

Эту формулу можно упростить, если в (П.7) подставить уравнения (П.5)

$$d\kappa = \frac{t_{p,N}(yA - yB)}{2\sqrt{N}(x2 - x1)},$$

где (*уА* - *уВ*) – расстояние между вспомогательными прямыми *A* и *B*.

Далее случайная погрешность величины $y = \kappa x + b$ определяется по формуле

$$dy = d\kappa \times (x) + db$$

Правила вычислений и запись результата

При проведении измерений или расчётов необходимо ограничиться разумной точностью. Результат записывается так, чтобы значащие цифры, стоящие перед последней, были достоверны, т.е. разряд последней цифры
был равен разряду погрешности измерений. Погрешность представляется числом, содержащим не более двух значащих цифр. Значащими называют все цифры числа, кроме нулей, стоящих впереди цифр, например, число 0,0823 содержит три значащих цифры.

При округлении результата следует пользоваться следующими правилами. Если округляемая цифра меньше 5, то ее просто отбрасывают; если больше 5, то к последней неотбрасываемой цифре прибавляют единицу; если равна 5 и за ней нет значащих цифр, то округляют до ближайшего четного числа. При записи значения больших или малых по порядку величин принято использовать множитель $10^{\pm n}$, где *n*– целое число.

ПРИМЕР. Вычисление удельного заряда электрона по формуле

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8U_{aH}(D^2 + L^2)}{m_0^2 I_{c.\kappa p}^2 N^2 r_{aH}^2},$$

в которой значения величин $U_{ah} = 15,0$ В, D = 37,0 мм, L = 36,0 мм, $\mathfrak{m}_0 = 4 \,\mathrm{p} \times 10^{-7} \,\mathrm{\Gamma h/m}$, $I_{c.\kappa p.} = 155,0$ мА, N = 2800, $r_{ah} = 3,0$ мм записываются в системе СИ:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8 \times 5, 0 \times (37, 0^2 + 36, 0^2) 10^{-6}}{(4p \times 10^{-7})^2 \times (150 \times 10^{-3})^2 \times (2800)^2 \times (3, 0 \times 10^{-3})} = 1,21 \times 10^{11} (\frac{\text{K}\pi}{\text{K}\Gamma}).$$

2. Таблицы основных физических величин

Таблица П.2.1

Число измерений N	3	4	5	6	7	8	9	10	20
Доверительная вероятность <i>Р</i>	Коэффициенты Стьюдента t _{p,N}								
0,90	2,9	2,4	2,1	2,0	1,9	1,9	1,9	1,8	1,7
0,95	4,7	3,2	2,8	2,6	2,4	2,4	2,3	2,3	2,1
0,99	9,9	5,8	4,6	4,0	3,7	3,5	3,4	3,3	2,9

Коэффициенты Стьюдента $t_{a,N}$

Таблица П.2.2

Основные физические постоянные				
Скорость света в вакууме	$c = 3 \times 10^8 \mathrm{m/c}$			
Число Авогадро	$N_A = 6,02 \times 10^{23} \mathrm{моль^{-1}}$			
Постоянная Больцмана	<i>k</i> = 1,38×10 ⁻²³ Дж/К			
Элементарный заряд	<i>e</i> = 1,60 ×10 ⁻¹⁹ Кл			
Масса электрона	$m_e = 0,911 \times 10^{-30}$ кг			
Удельный заряд электрона	$e/m_e = 1,76 \times 10^{11} \text{Кл/кг}$			
Постоянная Планка	$h = 6,63 \times 10^{-34}$ Дж xc			
Магнетон Бора	m _B = 0,927 ×10 ⁻²³ Дж/Тл			
Атомная единица массы	1 а.е.м.=1,66×10 ⁻²⁷ кг			
Электрическая постоянная	$e_0 = 8,85 \times 10^{-12} \Phi/M$			
Магнитная постоянная	$m_0 = 4p \times 10^{-7} = 1,26 \times 10^{-6} \Gamma_{\rm H/M}$			
Электрон вольт	1 эB=1,6×10 ⁻¹⁹ Дж			

Основные физические постоянные

Таблица П.2.3

сопротивления				
	Удельное сопротивление	Температурный		
Элемент	<i>г</i> , нОмжи	коэффициент		
	(при 20 °С)	a ,10 ⁻³ K ⁻¹		
Алюминий	25,3	4,5		
Вольфрам	55,0	5,1		
Медь	17,1	4,3		
Свинец	190,0	4,2		
Серебро	15,0	4,1		
Нихром	1100,0	0,2		

Удельные сопротивления и температурные коэффициенты

Таблица П.2.4

Постоянная Холла и ширина запрещенной зоны

Элемент	Ширина запрещенной зоны DW эВ (при 20 °C)	Постоянная Холла, 10 ⁻¹⁰ м ³ /Кл (при 20°С)
Магний	0.69	
Алюминий	1 32	-0,379
Германий	0.63	$+1 \times 10^{9}$
Олово	1.55	-0.048
Теллур	0,35	+0,24

3. Форма отчета по лабораторной работе

Отчет по лабораторной работе

(название работы)

1. Исполнитель: студент (студентка) группы: ____

2. Цель работы:

3. Краткое описание метода исследования:

4. Основные расчетные формулы:

(объяснить входящие в формулы физические величины и указать их наименование в системе СИ).

5. Оборудование:

6. Таблица 1. Средства измерений и их характеристики.

(в таблице указываются: название измерительного прибора, предел допускаемой относительной погрешности, абсолютная систематическая погрешность).

7. Таблицы результатов измерений и вычислений:

если физическая величина вычисляется несколько раз, достаточно показать расчет одного значения, остальные значения занести непосредственно в таблицу, указать единицы измерений величин.

8. **Построенные**, согласно указаниям в работе, **графики** прилагаются к отчету.

9. Оценка погрешностей измерений.

10. Запись окончательного результата (с указанием погрешностей и единиц измерения).

11. Вывод (краткое заключение о результатах работы, согласующееся с её целью).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рязанов, Г.А. Опыты и моделирование при изучении электростатического поля / Г.А. Рязанов. – М.: Наука, 1966. – 200 с.

2. Калашников, С.Г. Электричество / С.Г. Калашников. – М.: Наука, 1985. – 576 с.

3. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Электричество / Д.В. Сивухин. – М.: Наука, 1983. – 688 с.

4. Трофимова, Т.И. Курс физики: учебное пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – 17-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2008.

560 c.

5. Лабораторные занятия по физике: учебное пособие / под ред. Л.Л. Гольдина. – М.: Наука, 1983. – 703 с.

6. Физический практикум / под ред. В.И. Ивероновой. – М.: Наука, 1968. – 325 с.

7. Корнфельд, М.И. Погрешность и надежность простейших экспериментов / М.И. Корнфельд // УФН. – 1965. – Т. 85. – С. 533.

8. Зайдель, А.Н. Погрешности измерения физических величин / А.Н. Зайдель. – Л.: Высшая школа, 1985. – 105 с.

9. Касандрова, О.Н. Обработка результатов измерений / О.Н. Касандрова, В.В. Лебедев – М.: Наука, 1970. – 195 с.

10. Светозаров, В.В. Элементарная обработка результатов измерений: учебное пособие / В.В. Светозаров. – М.: Изд. МИФИ, 1983. – 52 с.

11. Основополагающие стандарты в области метрологии. Издание официальное / М.: Изд-во стандартов, 1986 – 312 с.

12. ГОСТ 19693-74. Материалы магнитные. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1986. – 32 с.

13. ГОСТ 8.207-76. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения. – М.: Изд-во стандартов, 1976. – 7 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Лабораторная работа Э-1. Изучение электростатического поля	
методом моделирования	9
Лабораторная работа Э-2. Определение электроёмкости конденсатора	
с помощью интегратора тока	18
Лабораторная работа Э-3. Определение удельного сопротивления	
проводника	27
Лабораторная работа Э-4. Изучение температурной зависимости сопро)-
тивления металла и полупроводника	36
Лабораторная работа Э-5. Определение параметров электрической	4 7
цепи, содержащей резистор и конденсатор	45
Лабораторная работа Э-6 . Определение удельного заряда электрона ме	;- 50
тодом магнетрона	52
Лабораторная работа Э-7. Изучение эффекта Холла в полу-	
проводниках	62
Лабораторная работа Э-8. Изучение свойств ферромагнетика	
с помощью петли гистерезиса	71
Лабораторная работа Э-9. Построение кривой намагничивания ферро-	
магнетика методом Столетова	84
Лабораторная работа Э-10. Изучение зависимости магнитной	
проницаемости ферромагнетика от напряжённости магнитного поля	90
Лабораторная работа Э-11. Определение температуры Кюри и	06
магнитного момента кристаллической ячейки ферримагнетика	90
Лаоораторная работа Э-12. Изучение электромагнитных	105
затухающих колебаний	107
Лабораторная работа Э-13. Исследование явления резонанса в	
электрических цепях переменного тока 1	19
Лабораторная работа Э-14. Изучение вынужденных электрических	
колебаний в контуре, содержащем катушку индуктивности с	120
ферромагнитным сердечником	130
Лабораторная работа Э-15 . Изучение свойств сегнетоэлектриков в	
переменном электрическом поле 1	36
Лабораторная работа Э-16. Изучение электронно-дырочного	
перехода в полупроводниках	149
Лабораторная работа Э-17. Туннельный эффект в вырожденном	
р-п переходе	159

Приложения	169
1. Погрешности измерений физических величин	169
2. Таблицы основных физических величин	181
3. Форма отчета по лабораторной работе	
Библиографический список	184